

درس ۲۲:

مبانی شبیه سازی

تهیه شده توسط گروه بهینه یاب



www.behinehyab.com

مقدمه

شبیه‌سازی تقلیدی از عملکرد فرایند یا سیستم **واقعی** با گذشت زمان است. شبیه‌سازی، صرفه نظر از این که با دست یا به وسیله کامپیوتر انجام می‌شود، به ایجاد ساختگی تاریخچه سیستم، و بررسی آن به منظور دستیابی به نتیجه گیری‌هایی در مورد ویژگی‌های عملکرد سیستم واقعی مربوط می‌شود.

همچنانکه یک سیستم با گذشت زمان تغییر می‌کند، می‌توان رفتار آن با ایجاد مدل شبیه‌سازی بررسی کرد. این مدل معمولاً به شکل مجموعه‌ای از فرض‌های مربوط به عملکرد سیستم است. با ایجاد و معتبرسازی مدل، می‌توان آن را برای یافتن پرسش "**چه می‌شود اگر**" در مورد سیستم واقعی به کار برد.

در برخی موارد می‌توان مدلی چنان ساده ایجاد کرد که به راحتی تماماً با **روش‌های ریاضی** حل شود. چنین راه‌حلی را می‌توان با استفاده از روش‌های ریاضی بدست آورد. این راه‌ها معمولاً چند پارامتر عددی را در بر می‌گیرد که همان معیارهای سنجش عملکرد سیستم هستند. اما بسیاری از سیستم‌های واقعی چنان **پیچیده** هستند که حل مدل‌های ریاضی در عمل **ناممکن** است. در این گونه موارد می‌توان از شبیه‌سازی عددی کامپیوتری استفاده کرد.

شبیه‌سازی چه وقت ابزار مناسبی شمرده می‌شود.

در دسترس بودن زبان‌های برنامه نویسی ویژه شبیه‌سازی، توانایی‌های محاسباتی گسترده با هزینه‌ی روی به کاهش هر محاسبه، و پیشرفت‌هایی چشم‌گیر اخیر در روش‌های شبیه‌سازی، این مبحث را به صورت یکی از رایج‌ترین و پذیرفته‌ترین ابزار **تحقیق در عملیات** و تحلیل سیستم‌ها در آورده است. شبیه‌سازی بررسی و آزمایش رابطه‌های متقابل هر سیستم یا زیر سیستم پیچیده را مسیر است. از جمله **کاربردهای** شبیه‌سازی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

۱- به وسیله شبیه‌سازی، بررسی و آزمایش رابطه‌های متقابل هر سیستم یا زیر سیستم پیچیده میسر خواهد بود.

۲- تغییرات اطلاعاتی، سازمانی و محیطی را می‌توان شبیه‌سازی کرد و به مشاهده تاثیر این تغییرات بر رفتار مدل پرداخت.

۳- از طریق طراحی مدل شبیه‌سازی، ممکن است به هنگام پیشنهاد انجام اصلاحات در سیستم به کار رود.

۴- با ایجاد تغییر در ورودی‌های شبیه‌سازی و بررسی خروجی‌ها می‌توان شناخت ارزشمندی در مورد چگونگی رابطه متقابل آن‌ها بدست آورد.

۵- شبیه‌سازی را می‌توان به منظور تحقیق و بررسی پاسخ‌های مدل‌های تحلیل یا ریاضی مورد استفاده قرار داد تا از نتیجه و اثر واقعی جواب‌های بدست آمده از مدل‌های تحلیل مطلع شد.

مزایا و معایب شبیه‌سازی

تحلیلگر باید قبل از استفاده از شبیه‌سازی، از مزایا و معایب آن مطلع باشد. از جمله **مزایای** شبیه‌سازی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- می‌توان از مدل شبیه‌سازی برای تحلیل طرح‌های پیشنهادی استفاده کرد و دیگر نیاز به پیاده سازی طرح‌های پیشنهادی در سیستم واقعی برای بررسی طرح‌ها نیست.

۲- معمولاً دستیابی به داده‌های شبیه‌سازی بسیار کم هزینه تر از فراهم آوردن داده‌های مربوط به سیستم واقعی است.

۳- به کار بردن روش‌های شبیه‌سازی معمولاً آسانتر از روش‌های تحلیل است. بنابراین، شمار استفاده کنندگان بالقوه روش‌های شبیه‌سازی بسیار بیشتر از روش‌های تحلیلی است.

۴- در حالی که معمولاً مدل‌های تحلیلی به فرض‌های ساده کننده متعددی نیاز دارند تا از لحاظ ریاضی کاربرد پذیر شوند، مدل‌های شبیه‌سازی چنین محدودیت‌هایی ندارد. با استفاده از مدل‌های تحلیلی، معمولاً تنها تعداد محدودی از معیارهای سنجش عملکرد سیستم را می‌توان محاسبه کند،

در صورتی که داده‌های تولید شده از مدل‌های شبیه‌سازی به منظور برآورد هر معیار سنجش متصور عملکرد سیستم کاربرد پذیر است.

از **معایب** روش‌های شبیه‌سازی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- معمولاً، به اجراهای فراوانی در مورد هر مدل شبیه‌سازی نیازمندیم و همین مساله ممکن است به هزینه‌های زیادی برای به کارگیری کامپیوتر بیانجامد.

۲- در مواردی که روش‌های تحلیلی کافی به نظر می‌رسد استفاده از روش‌های شبیه‌سازی منجر به فراموشی روش‌های ریاضی می‌شود.

زمینه‌های کاربرد مدل‌های شبیه‌سازی

شبیه‌سازی **کاربردهای** بسیار گسترده‌ای دارد که می‌توان به موارد زیر اشاره می‌کند:

۱- شبیه‌سازی عملیات در فرودگاه‌های بزرگ توسط شرکت‌های هواپیمایی به منظور آزمودن تغییرات خطی مشی‌ها و عملکرد مانند ظرفیت نگهداری و تعمیر ادوات فرودگاه، و امکانات سوار و پیاده کردن مسافر.

۲- شبیه‌سازی عبود و مرور وسایل حمل‌ونقل از تقاطع‌های چراغدار با زمان بندی مشخص به منظور تعیین بهترین توالی‌های زمانی

۳- شبیه‌سازی عملیات نگهداری و تعمیر به منظور تعیین شمار بهینه افراد گروه‌های عملیاتی

۴- شبیه‌سازی اقتصاد کشور به منظور پیش بینی تاثیر تصمیمات مربوط به خط مشی اقتصادی

۵- شبیه‌سازی سیستم ارتباطات تلفنی به منظور تعیین ظرفیت اجزای مورد نظر به منظور بیشینه

سازی رضایت بخشی مردم

۶- شبیه‌سازی عملیات خط تولید به منظور تعیین مقدار فضای لازم برای انبار کردن مواد در دست

تولید

سیستم‌ها و پیرامون

برای مدل‌سازی سیستم، درک **مفهوم سیستم** و **مرز سیستم** لازم است. **سیستم** به منزله گروهی از اشیا تعریف می‌کنند که در راستای تحقق هدفی معین در چارچوب رابطه یا وابستگی منظم و به هم پیوسته باشند. مثالی از سیستم عبارت از سیستم تولیدی ساخت خودرو است. ماشین‌ها، قطعات و کارگران با هم در امتداد خط مونتاژ کار می‌کنند تا وسیله نقلیه‌ای با کیفیت بالا تولید کنند.

هر سیستم اغلب تحت تاثیر تغییراتی قرار می‌گیرد که در خارج از سیستم روی می‌دهند. گفته می‌شود که چنین تغییراتی در **پیرامون** سیستم روی می‌دهند. در سیستم‌ها لازم است که مرز بین سیستم و **پیرامون** آن تعیین شود. چگونگی تعیین این مرز ممکن است به مقصود از مطالعه سیستم بستگی داشته باشد. برای مثال در مورد سیستم کارخانه، عوامل کنترل‌کننده ورود سفارش‌ها را خارج از اختیار کارخانه به شمار آید و خط تولید یک کارخانه در سیستم جای می‌گیرد.

اجزای سیستم

به منظور درک و تحلیل سیستم، چند واژه را تعریف می‌کنیم:

نهاد یا **Entity**، عنصری یا شی مورد توجه در سیستم است. **خصیصه** یا **Attribute** ویژگی نهاد است. **فعالیت** یا **Activity** بیانگر دوره‌ای زمانی با طول مشخص است. در مورد یک سیستم بانکی، مشتریان را می‌توان **نهاد** دانست. موجود حساب‌ها جاری آن‌ها را **خصیصه** و سپرده‌گذاری را **فعالیت** به حساب آورد.

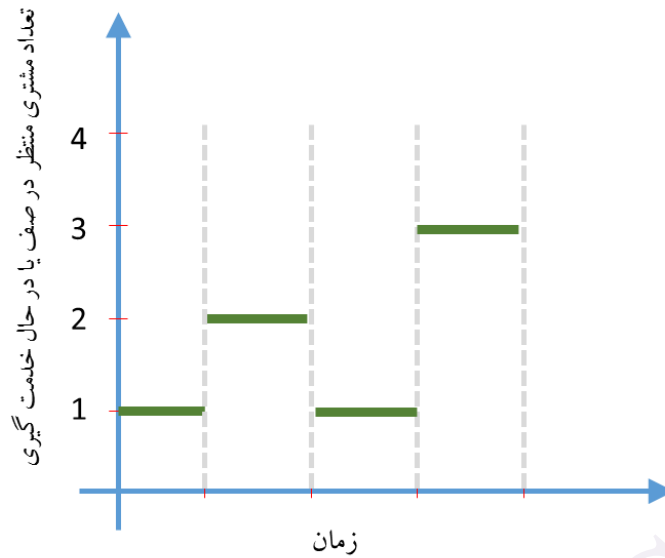
مجموعه متغیرهای لازم برای تشریح سیستم در هر زمان، با توجه به اهداف بررسی را **متغیرهای حالت سیستم** یا **State variables** تعریف می‌کنیم. در مثال بانک، متغیرهای حالت عبارت‌اند: تعداد تحویل‌داران مشغول کار، تعداد مشتریان منتظر در صف یا تعداد مشتریان در حال خدمت‌گیری و زمان

ورود مشتری بعدی. **پیشامد** یا **Event** را رویدادی لحظه ای تعریف می‌کنیم که بتواند حالت سیستم را تغییر دهد. واژه **درون زا** یا **Internal** به منظور تشریح فعالیت‌ها و پیشامدهای که در درون سیستم رخ می‌دهد و واژه **برون زا** یا **External** به منظورت تشریح فعالیت‌ها و پیشامدهای پیرامونی که سیستم را تحت تاثیر قرار می‌دهند بکار می‌رود. در مثال بانک، ورود یک مشتری پیشامد برون زا و خدمت دهی به هر مشتری، پیشامدی درون زا است. در جدول زیر نمونه ای از نهاد، خصیصه، فعالیت، پیشامد و متغیرهای حالت در چند مسئله ارایه شده است.

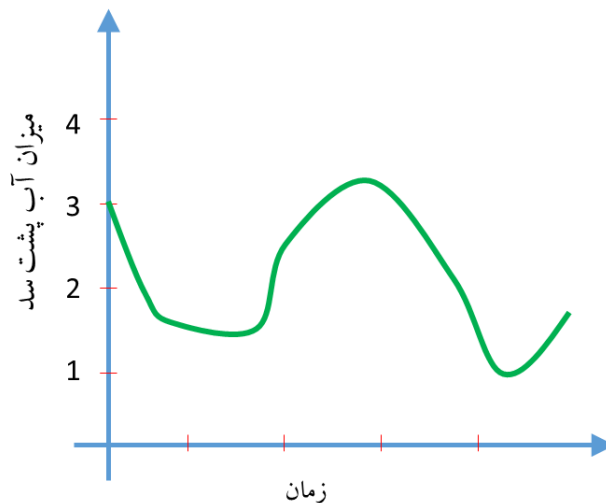
سیستم	نهادها	خصیصه‌ها	فعالیت‌ها	پیشامدها	متغیرهای حالت
قطار	مسافران	مبدا مقصد	سفر	ورود به ایستگاه، رسیدن به مقصد	تعداد مسافران منتظر در هر ایستگاه، تعداد مسافران در سفر
بانک	مشتریان	مانده حساب جاری	سپرده گذاری	ورود و خروج از بانک	تعداد خدمت دهنده‌ها، تعداد مشتریان منتظر
ارتباطات	پیام‌ها	طول و مقصد	مخابره	ورود به مقصد	تعداد پیام‌ها در انتظار مخابره

سیستم‌های گسسته و پیوسته

سیستم‌ها را می‌توان در دو رده **گسسته** یا **Discrete** و **پیوسته** یا **Continuous** جا داد. **سیستم گسسته**، سیستمی است که متغیرهای حالت در آن تنها در مجموعه ای از نقاط گسسته زمان تغییر کند. بانک، مثالی در مورد سیستم گسسته است زیرا متغیر حالت تعداد مشتری حاضر در بانک، تنها وقتی تغییر می‌کند که یک مشتری وارد یا خدمت دهی به یک مشتری کامل شود. در شکل زیر نمایش متغیر حالت (تعداد مشتری منتظر در صف یا در حال خدمت گیری) در طول زمان را نشان می‌دهد.



سیستم پیوسته، سیستمی است که متغیر(های) حالت در آن به صورت پیوسته در طول زمان تغییر کند. برای مثال، میزان آب پشت سد است. در جریان بارش هر رگبار و تا مدتی پس از آن، آب در دریاچه پشت سد جریان می‌یابد. از سوی دیگر، به منظور مهار سیلاب و تولید برق، آب سد تخلیه می‌شود و تبخیر نیز سطح آب را کاهش می‌دهد.



گام‌های اساسی در بررسی مبتنی بر شبیه‌سازی

گام‌های اساسی بررسی مبتنی بر شبیه‌سازی به شرح زیر است:

۱- **صورت بندی مسئله:** هر بررسی مبتنی بر شبیه‌سازی را باید با صورت بندی مسئله شروع کرد و تحلیلگر از درک درست درباره مسئله اطمینان حاصل کند.

۲- **تعیین اهداف و طرح کلی پروژه:** اهداف شبیه‌سازی پرسش‌هایی را مطرح می‌کند که باید پاسخ آن‌ها را با استفاده از شبیه‌سازی بدست آورد.

۳- **مدلسازی:** ساختن مدل سیستم را کاری هنری و علمی می‌شناسند. مناسب‌ترین شیوه مدل‌سازی، آغاز کار با مدل ساده و پیچیده کردن تدریجی آن است. توصیه می‌شود که استفاده‌کننده از مدل در ساختن مدل حضور یابد. شرکت دادن استفاده‌کننده از مدل در این کار، هم کیفیت مدل بدست آمده را بالا می‌برد و هم بر اطمینان خاطر استفاده‌کننده از مدل در عمل را افزایش می‌دهد.

۴- **گردآوری داده‌ها:** بین ساختن مدل و گردآوری داده‌های ورودی مورد نیاز، رابطه متقابل مداومی وجود دارد. همچنان که پیچیدگی مدل تغییر می‌کنند. عناصر داده‌ای مورد نیاز نیز تغییر می‌کنند. به علاوه، چون گردآوری داده‌ها بخش بزرگی از مجموع مدت مورد نیاز برای انجام شبیه‌سازی را در بر می‌گیرد، لازم است که آن را تا حد ممکن زود و معمولاً همراه با مراحل اولیه مدل‌سازی آغاز کرد.

۵- **برنامه نویسی:** چون شبیه‌سازی سیستم‌های واقعی به مدل‌هایی نتیجه می‌شود که به مقدار زیادی ذخیره‌سازی و محاسبات اطلاعاتی نیاز دارند، مدل را باید برای کامپیوتر رقمی برنامه نویسی کرد. مدل‌سازی باید تصمیم بگیرد که با چه زبانی نوشته شود.

۶- **وارسی برنامه:** واریسی مربوط به برنامه کامپیوتری آماده شده برای مدل شبیه‌سازی است. آیا برنامه کامپیوتری به خوبی کار می‌کند؟ در مورد مدل‌های پیچیده، برنامه نویسی کامل مدل به طریقی موفقیت‌آمیز بدون مقدار قابل توجهی غلط‌گیری، امری دشوار است و وظیفه برنامه‌نویس این است که مابقی ازای واقعی تمامی روابط در برنامه درست وارد شده است یا نه؟

۷- **معتبرسازی مدل:** معتبرسازی مدل به معنای مشخص کردن این است که آیا مدل معرف دقیقی از سیستم واقعی است یا نه؟ معتبرسازی معمولاً از طریق محک زدن مدل انجام می‌گیرد، یعنی فرایند تکرارشنونده‌ای که ناظر به مقایسه مدل با رفتار سیستم واقعی، بهره‌برداری از موارد افتراق بین آن‌ها و شناخت به دست آمده از این طریق به منظور واریسی مدل است. در مثال بانک که در بالا آمده، داده‌های مربوط به طول صف انتظار در شرایط فعلی گردآوری شد. آیا مدل شبیه‌سازی از عهده دوباره سازی این معیار عملکرد سیستم بر می‌آید؟

۸- **طرح آزمایشی:** در هر طرح آزمایشی باید تصمیم‌های در مورد طول دوره راه اندازی، طول مدت اجراهای شبیه‌سازی و تعداد دوباره سازی‌های هر اجرا اتخاذ کرد.

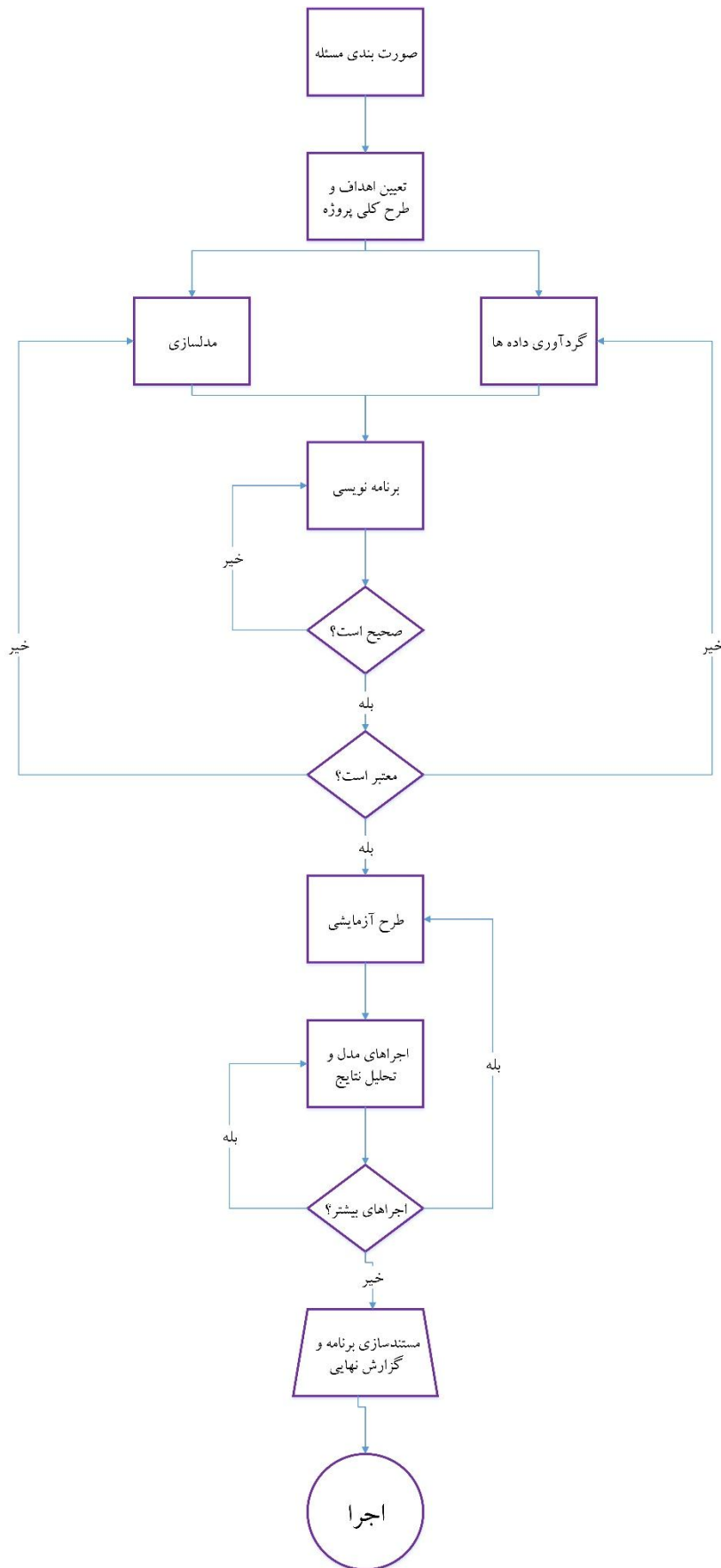
۹- **اجراهای مدل و تحلیل نتایج:** اجراهای مکرر مدل و سپس تحلیل آن‌ها به منظور برآورد معیارهای عملکرد طرح‌ها از سیستمی که شبیه‌سازی می‌شوند، در این بخش انجام می‌شود.

۱۰- **اجراهای بیشتر:** براساس اجراهای کامل شده، تحلیل‌گر تعیین می‌کند که آیا اجراهای دیگری مورد نیاز است یا نه و اگر چنین است، این اجراها از چه طرحی باید پیروی کنند.

۱۱- **مستند سازی برنامه و گزارش نتایج:** به دلایل متعددی، مستند سازی برنامه لازم است. اگر قرار باشد برنامه توسط همان تحلیلگر یا تحلیل‌گران دیگر باز هم مورد استفاده واقع شود، درک چگونگی کارکرد برنامه ممکن است لازم باشد.

۱۲- **اجرا:** موفقیت گام اجرا به این موضوع بستگی دارد که یازده مرحله قبلی چقدر خوب انجام شده است. موفقیت این مرحله همچنین به میزان شرکت دادن استفاده‌کننده نهایی مدل در تمام فرایند شبیه‌سازی از سوی طراح سیستم، بستگی دارد. اگر استفاده‌کننده از مدل به طور کامل در فرایند مدل سازی شرکت داده شده باشد و اگر ماهیت مدل و خروجی‌های آن را درک کند، احتمال اجرایی شدن مدل افزایش می‌یابد.

در شکل زیر، مراحل اساسی در بررسی مبتنی بر روش شبیه‌سازی نشان داده شده است.



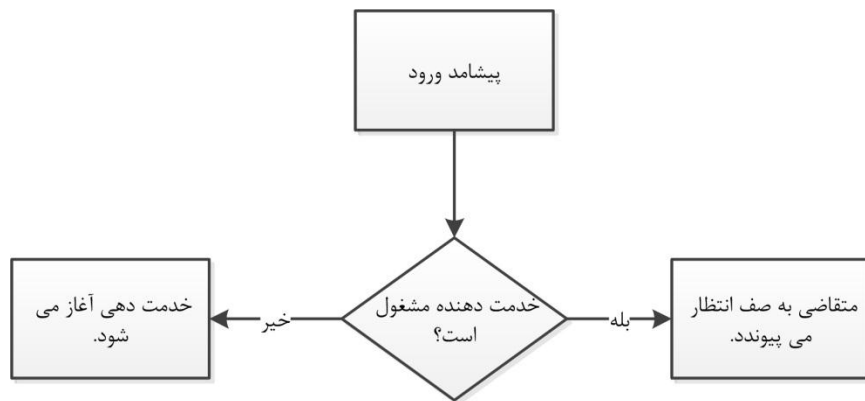
شبیه‌سازی سیستم‌های صف

در یک سیستم صف؛ تعداد جمعیت متقاضی، چگونگی و زمان ورود و خدمت دهی، ظرفیت سیستم و نظام صف مشخص می‌شود. در این سیستم، جمعیت متقاضی نامحدود است یعنی اگر یک نفر از جمعیت متقاضی وارد سیستم شود و به صف انتظار ملحق شود یا به محل دریافت خدمت برود، هیچ گونه تغییری در آهنگ ورود متقاضیان دیگر نخواهد داد. به علاوه در این سیستم، ورودها هر با یکی و آن نیز به صورت تصادفی رخ می‌دهد و اگر واردشدگان به صف انتظار ملحق شوند، سرانجام خدمت دریافت خواهند کرد. در ضمن، زمان خدمت دهی تصادفی است و در قالب توزیع احتمالی تعیین می‌شوند که با گذشت زمان بدون تغییر می‌ماند. ظرفیت سیستم نیز نامحدود است. منظور از سیستم، واحد در حال دریافت خدمت و آن‌هایی که در صف انتظارند را در بر می‌گیرد. سرانجام، متقاضیان ورود از یک نظام خدمت دهی مثلا هر کسی زودتر وارد سیستم شود زودتر خدمت دهی به آن انجام می‌شود، پیروی می‌کند.

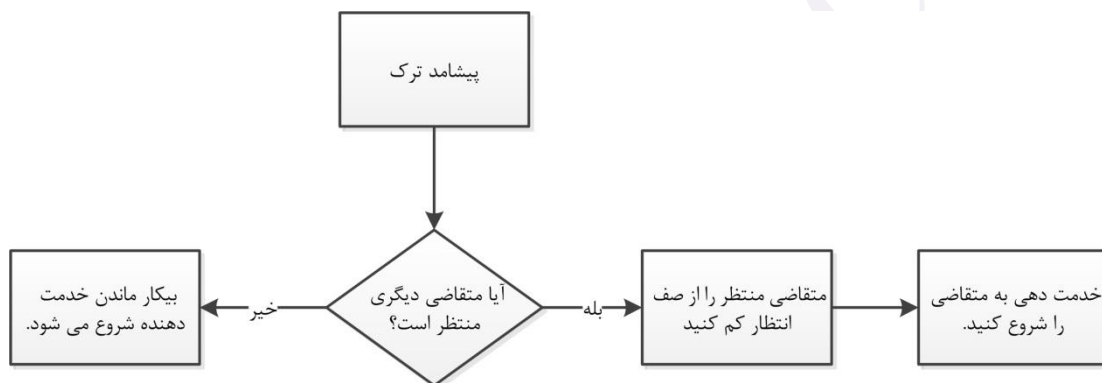
زمان ورودی ها و زمان خدمت دهی‌ها با توزیع‌های احتمالی مدت بین دو ورود و مدت‌ها خدمت دهی مشخص می‌شوند. به طور کلی، آهنگ ورود باید از آهنگ خدمت دهی کمتر باشد وگرنه طول صف انتظار به مرور به طور نامحدود افزایش می‌یابد.

حالت سیستم، تعداد حاضران در سیستم و وضعیت خدمت دهنده از لحاظ مشغول بودن یا بیکار بودن است. پیشامد مجموعه شرایطی است که موجب تغییری لحظه ای در حالت سیستم می‌شود. در مساله تک خدمت ده، تنها دو پیشامد ممکن است حالت سیستم را تغییر دهد. این دو پیشامد **ورود** یک متقاضی (پیشامد ورود) و **پیشامد تکمیل** خدمت‌دهی به یک متقاضی (پیشامد ترک) است. سیستم صف در برگیرنده خدمت دهنده، متقاضی در حال خدمت‌گیری و حاضران در صف است.

پیشامد ورود وقتی رخ می‌دهد که یک متقاضی به سیستم وارد شود. متقاضی ممکن است که خدمت دهنده را بیکار یا مشغول بیابد. بنابراین یا بر خدمت دهنده وارد می‌شود یا به صف خدمت دهنده ملحق می‌شود.



پیشامد ترک وقتی روی می دهد که خدمت دهی یک متقاضی تکمیل شود. در این صورت شبیه سازی مطابق شکل زیر ادامه می یابد.



عملیات های متصور به هنگام ورود یک متقاضی به سیستم به صورت جدول زیر می شود. اگر خدمت دهنده مشغول باشد، با ورود متقاضی وارد صف خدمت دهنده می شود. اگر خدمت دهنده بیکار باشد، به این معنا است که صف خالی بوده است و متقاضی وارد خدمت دهنده می شود.

		وضعیت صف	
		غیر خالی	خالی
وضعیت خدمت دهنده	مشغول	ورود به صف	ورود به صف
	بیکار	غیر ممکن	شروع به خدمت دهی

اینک باید دید که پیشامدهای فوق الذکر چگونه با گذشت زمان شبیه سازی رخ می دهد. در فرآیند شبیه سازی زمان با **ساعتی** که مشخص کننده زخ دادن پیشامدها با گذشت زمان است انجام می شود.

معمولا در شبیه‌سازی، پیشامدها به صورت **تصادفی** روی می‌دهند. تصادفی بودن تقلیدی از زندگی واقعی است که **غیر قطعی بودن** را نشان می‌دهد. مثلا، به طور قطعی معلوم نیست که در چه زمانی مشتری بعدی برای ترک فروشگاه مواد غذایی، به صندوق فروشگاه مراجعه می‌کند، یا به طور قطع معلوم نیست چقدر طول می‌کشد تا کارمند باجه بانک، ثبت یک نقل و انتقال مالی را به اتمام برساند.

معرفی عامل تصادف برای تقلید زندگی واقعی، با استفاده از **اعداد تصادفی** میسر است. اعداد تصادفی به طور **یکنواخت و مستقل** در بازه صفر تا یک توزیع می‌شود. اعداد تصادفی را می‌توان تولید کرد که در درس‌های آینده به طور مفصل به آن خواهیم پرداخت.

در مسئله تک مجرای صف (یا مسئله صف با یک خدمت دهنده)، مدت‌ها بین دو ورود و مدت‌های خدمت دهی براساس اعداد تصادفی تعیین می‌شود. فرض کنید که مدت‌های بین ورودها با پنج بار ریختن یک تاس عادل و ثبت عدد وجه بالایی نمایان شده است تولید می‌شود. جدول زیر مجموعه پنج مدت بین ورود تولید شده به این ترتیب را نشان می‌دهد. از این پنج مدت بین دو ورود برای محاسبه زمان‌های ورود شش مشتری به سیستم صف استفاده شده است. فرض بر آن است که اولین مشتری در زمان صفر وارد می‌شود.

مشتری	زمان ورود بر حسب ساعت شبیه سازی	مدت بین دو ورود
۱	۰	-
۲	۲	۲
۳	۶	۴
۴	۷	۱
۵	۹	۲
۶	۱۵	۶

مدت زمان مورد نیاز دیگر، مدت زمان خدمت دهی است. تنها مقادیر ممکن خدمت دهی، یک، دو، سه و چهار واحد زمانی است. با پذیرش این فرض که این مقادیر چهارگانه دارای احتمال رخداد یکسان هستند، این مقادیر بدین صورت قابل تولید هستند که اعداد یک تا چهار را بر روی ۴ مهره بنویسیم و در داخل کلاه

بیاندازیم و هر بار یکی را بیرون بیاورد و بعد از دیدن عدد روی مهره آن را دوباره در داخل کلاه بگذاریم. در جدول زیر نتایج این فرآیند برای ۶ مشتری آورده شده است.

مدت خدمتهی	مشتری
۲	۱
۱	۲
۳	۳
۲	۴
۱	۵
۴	۶

در جدول زیر براساس ساعت شبیه‌سازی، نحوه ورود به سیستم برای خدمت دهی آورده شده است. در ستون اول، شماره مشتری مشخص می‌شود. در ستون‌های دوم و سوم به ترتیب زمان‌های ورود و زمان خدمت دهی مشخص می‌شود که براساس اعداد تصادفی تعیین شده است. زمان شروع خدمت دهی و زمان پایان خدمت دهی در ستون‌های چهارم و پنجم گزارش شده است.

مشتری	زمان ورود به سیستم	مدت خدمت دهی	زمان شروع خدمت دهی	زمان پایان خدمت دهی
۱	۰	۲	۰	۲
۲	۲	۱	۲	۳
۳	۶	۳	۶	۹
۴	۷	۲	۹	۱۱
۵	۹	۱	۱۱	۱۲
۶	۱۵	۴	۱۵	۱۹

در جدول فوق ترتیب ورودی مشتریان مشخص نشده است. در جدول زیر ترتیب زمانی پیشامدها و ساعت هر یک از آنها آورده شده است.

نوع پیشامد	مشتری	ساعت شبیه سازی
ورود	۱	۰
ترک	۱	۲
ورود	۲	۲
ترک	۲	۳
ورود	۳	۶
ورود	۴	۷
ترک	۳	۹
ورود	۵	۹
ترک	۴	۱۱
ترک	۵	۱۲
ورود	۶	۱۵
ترک	۶	۱۹

نمایش گرافیکی جدول فوق به صورت زیر می‌شود. در شکل زیر تعداد مشتری‌های حاضر در سیستم را در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.



توجه: برای مطالعه ادامه آموزش مبانی شبیه‌سازی و حل مثال‌های متنوع با توضیح تشریحی، جزوه این درس را از طریق وب سایت **بهینه یاب** به نشانی www.behinehyab.com تهیه فرمایید.

برای دریافت بسته‌های آموزشی گروه **بهینه‌یاب** به وب سایت ما به نشانی

www.behinehyab.com مراجعه کنید.

در صورت هر گونه سوال از طریق ایمیل به نشانی behinehyab@gmail.com و یا

بخش "تماس با ما" وب سایت گروه **بهینه‌یاب** با ما در تماس باشید.

با تشکر از توجه شما

گروه آموزشی **بهینه‌یاب**