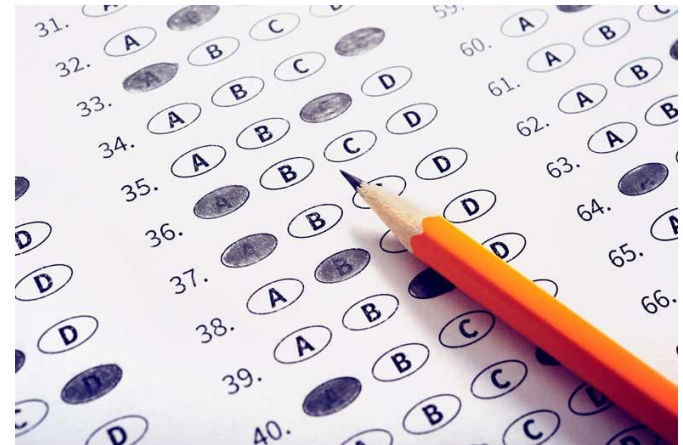
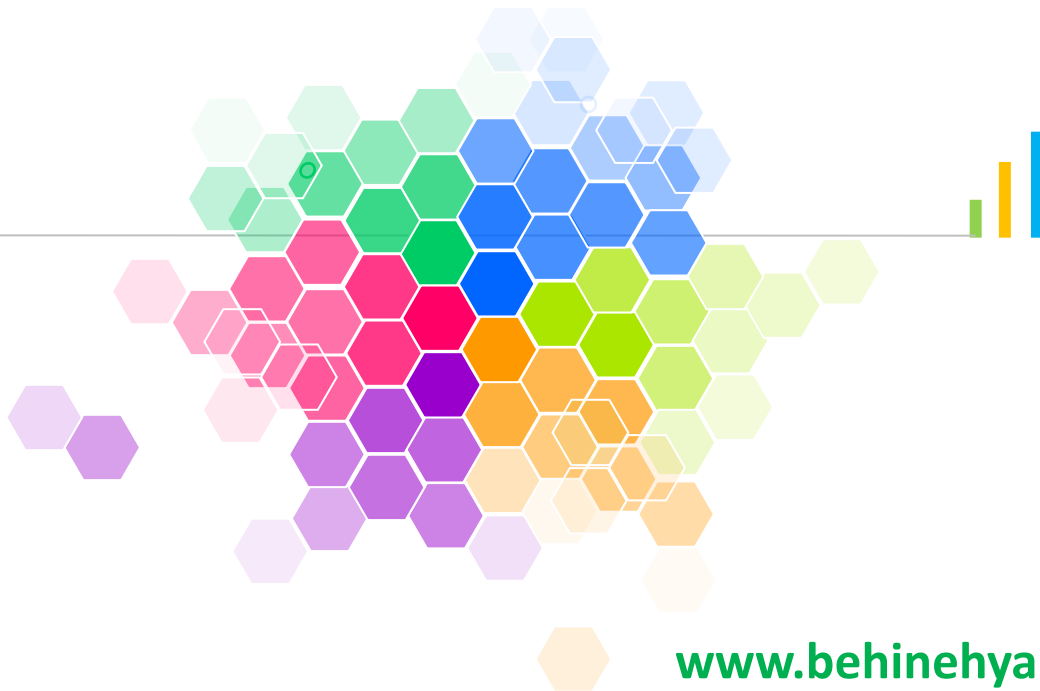


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۳۹۲



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱- اگر اندازه یک مسئله برنامه ریزی ریاضی با m محدودیت و n متغیر را با علامت $m \times n$ نشان دهیم، اندازه مسئله برنامه ریزی خطی روبه رو کدام است؟

$$\text{Min} Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{J_i} C_{ij} X_{ij}$$

$$\text{S.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{J_i} a_{ijk} X_{ij} \leq b_k, & 1 \leq k \leq K \\ \sum_{j=1}^{J_i} X_{ij} = D_i, & 1 \leq i \leq n \\ X_{ij} \geq 0, & \forall i, j \end{cases}$$

$$(n+K) \times n \sum_{i=1}^n J_i \quad (۱)$$

$$(n+K) \times \prod_{i=1}^n J_i \quad (۲)$$

$$(n+K) \times n.J \quad (۳)$$

$$(n+K) \times \sum_{i=1}^n J_i \quad (۴)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

تعداد محدودیت ها برابر $n+k$ است.

تعداد متغیرهای برابر $\sum_{i=1}^n J_i$ است.

اندازه مدل برابر $\sum_{i=1}^n J_i (n+k)$ است.

گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول سیمپلکس بهینه مربوط به آن را در نظر بگیرید:

مقدار سمت راست محدودیت اول (b_1) در چه محدوده‌ای می‌تواند تغییر کند، بدون اینکه پایه (Basis) بهینه عوض شود؟

$$\text{Max } z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$$

$$\text{S.t. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	b
1	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$
0	$\frac{3}{5}$	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	$\frac{8}{5}$
0	1	0	-1	0	1	4
0	$\frac{7}{5}$	0	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	$\frac{27}{5}$

$$\frac{5}{3} \leq b_1 \leq 6 \quad (1)$$

$$0 \leq b_1 \leq 4 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \leq b_1 \leq 4 \quad (3)$$

$$b_1 = 2 \quad (4)$$

سطر تابع هدف:

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	RHS
Z	1	-3	-1	-3	0	0	0	0
S_1	0	2	1	1	1	0	0	$2+\Delta b$
S_2	0	1	2	3	0	1	0	5
S_3	0	2	2	1	0	0	1	6
Z	1	0	0.5	-1.5	1.5	0	0	$3+1.5\Delta b$
X_1	0	1	0.5	0.5	0.5	0	0	$1+0.5\Delta b$
S_2	0	0	1.5	2.5	-0.5	1	0	$4-0.5\Delta b$
S_3	0	0	1	0	-1	0	1	$4-\Delta b$
Z	1	0	1.4	0	1.2	0.6	0	5.4
X_1	0							$0.2+0.6\Delta b$
X_3	0							$1.6-0.2\Delta b$
S_3	0							$4-\Delta b$

$$4 - \Delta b \geq 0 \rightarrow \Delta b \leq 4$$

$$0.5 + 0.6\Delta b \geq 0 \rightarrow \Delta b \geq -\frac{1}{3} \rightarrow -\frac{1}{3} \leq \Delta b \leq 4 \rightarrow \frac{5}{3} \leq \Delta b + 2 \leq 6$$

$$\frac{8}{5} - 0.2\Delta b \geq 0 \rightarrow \Delta b \leq 8$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۳۳- مدل $AX = b, X \geq 0$ را که یک مدل برنامه‌ریزی خطی است در نظر بگیرید. A یک ماتریس $m \times n$ و b به صورت $(b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ می‌باشد. فرض کنید که این مدل دارای جواب قابل قبول نمی‌باشد. بردار سمت راست b را به مقادیر جدید به صورت $b' = (b'_1, b'_2, \dots, b'_m)$ تبدیل می‌نماییم، به نحوی که:
- الف) اگر $b'_i = b_i$ i امین متغیر پایه در انتهای مرحله اول روش دو فاز، یک متغیر اصلی یا کمکی (slack) و یا مازاد (surplus) باشد.
- ب) اگر $b'_i = b_i - v_i$ i امین متغیر پایه در انتهای مرحله اول روش دو فاز یک متغیر مصنوعی با مقدار v_i باشد.
- در این صورت با تبدیل b به b' ، کدام یک از حالات ذیل در انتهای مرحله اول، برای متغیرهای پایه حاصل خواهند شد؟
- ۱) متغیرهای بند (الف) صفر و متغیرهای بند (ب) بدون تغییر باقی می‌ماند.
 - ۲) متغیرهای بند (الف) بدون تغییر و متغیرهای بند (ب) صفر می‌شوند.
 - ۳) مقادیر کلیه متغیرهای بندهای (الف) و (ب) بدون تغییر باقی می‌ماند.
 - ۴) مقادیر کلیه متغیرهای بندهای (الف) و (ب) صفر می‌شوند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

روشن است که دستگاه زیر دارای جواب نیست.

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

روش فاز ۱ مدل فوق به صورت زیر است:

$$\text{Min } r = R_1 + R_2$$

$$x_1 + x_2 + R_1 = 1$$

$$x_1 + x_2 + R_2 = 4$$

$$x_1, x_2, R_1, R_2 \geq 0$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	Z	X_1	X_2	R_1	R_2	RHS
Z	1	0	0	1	1	0
R_1	0	1	1	1	0	1
R_2	0	1	0	0	1	4
Z	1	-2	-1	0	0	-5
R_1	0	1	1	1	0	1
R_2	0	1	0	0	1	4
Z	1	0	1	2	0	-3
X_1	0	1	1	1	0	1
R_2	0	0	-1	-1	1	3

در جدول فوق شرط بهینگی برقرار است ولی مدل اولیه جواب ندارد.

$$i=1 \Rightarrow b_1 = 1 = b'_1$$

$$i=2 \Rightarrow b'_2 = b_2 - v_2 = 4 - 3 = 1$$

در این حالت مدل دارای جواب خواهد بود. در این صورت متغیرهای بند (الف) $x_1 = 1$ بدون تغییر و متغیرهای بند (ب) $x_2 = 0$ می شود لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۳۴- اگر مسئله برنامه‌ریزی خطی $\text{Max}\{x_k : Ax \leq b, x \geq 0\}$ که در آن یکی از متغیرهای مسئله است را مسئله p_1 و مسئله برنامه‌ریزی خطی $\text{Max}\{cx : Ax \leq b, x \geq 0\}$ را مسئله p_2 بنامیم. آنگاه می‌توان گفت که اگر:
- (۱) p_1 بیکران باشد آنگاه p_2 بیکران است.
 - (۲) p_1 بیکران باشد آنگاه p_2 فاقد جواب موجه است.
 - (۳) p_2 بیکران باشد آنگاه p_1 فاقد جواب موجه است.
 - (۴) p_2 بیکران باشد آنگاه p_1 بیکران است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$\text{Max } x_k$$

$$P_1 : \text{Max} \{x_k \mid Ax \leq B, x \geq 0\} \rightarrow P_1 : Ax \leq B$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Max } c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$P_2 : \text{Max} \{cx \mid Ax \leq B, x \geq 0\} \rightarrow P_2 : Ax \leq B$$

$$x \geq 0$$

اگر $p1$ بیکران باشد، مدل $p1$ در جهت متغیر x_k بی کران است. حالا اگر ck در مدل $p2$ مثبت باشد، مدل $p2$ هم بی کران می شود ولی اگر منفی باشد، نمی توان در این خصوص نظر داد

اگر $p2$ بی کران باشد، مدل $p2$ برای حرکت در یک متغیر بی کران می شود ولی مشخص نیست که آن متغیر x_k است و یا متغیر دیگر. لذا در خصوص $p1$ نمی توان نظر داد. لذا هیچ گزینه ای جامعیت ندارد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

$$\begin{cases} \text{Max } z = -x_1 + 3x_2 \\ \text{S.t} \quad 1) -x_1 + x_2 \leq 2 \\ \quad \quad 2) -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- ۳۵- در یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر:
- به ترتیب دارای جهت و جهت حدی می‌باشیم.
- (۱) بیشمار، دو
(۲) دو، بیشمار
(۳) بیشمار، بیشمار
(۴) دو، دو

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

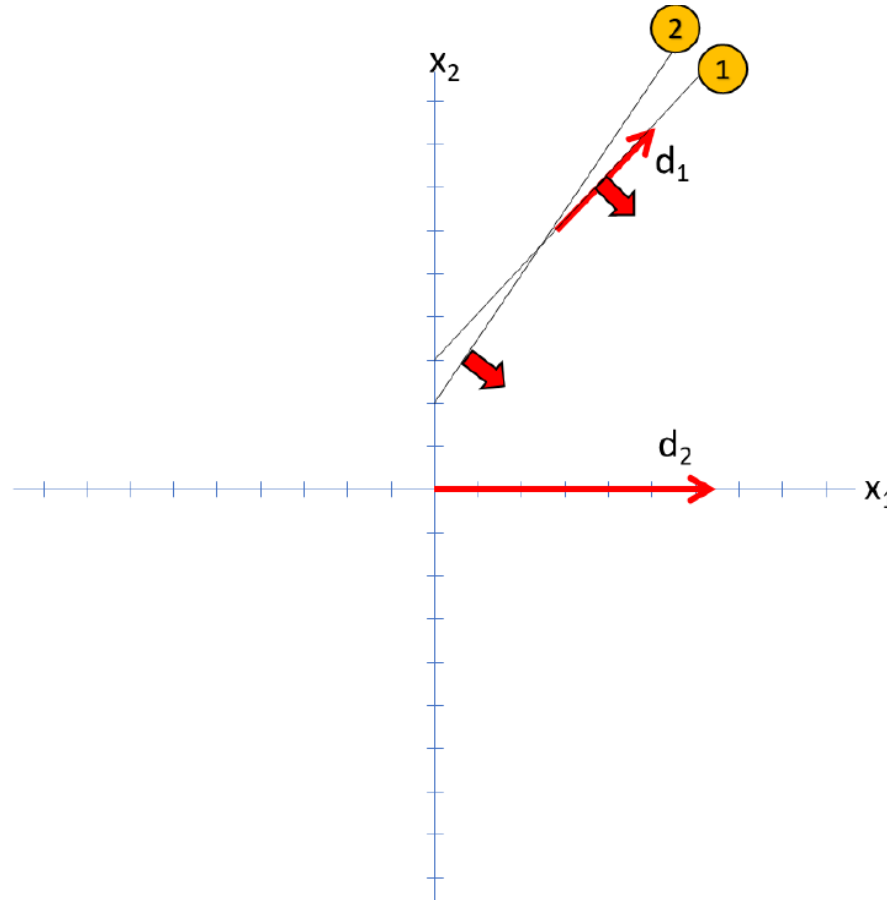
$$\text{Max } Z = -x_1 + 3x_2$$

s.t.

$$1) -x_1 + x_2 \leq 2$$

$$2) -x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



در جهت d_1 و d_2 جهت حدی و ترکیب خطی d_1 و d_2 جهت برای مسئله بی کران می شود لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۳۶- فرض کنید در فاز دوم روش دو فاز، همچنان یک متغیر مصنوعی نظیر R وجود دارد، که در پایه باقی مانده است. حال در یک تکرار از طریق تست نسبت متغیر x_k انتخاب می‌شود؛ و قرار است در تکرار بعدی جایگزین متغیر غیر تباهیده x_p شود، بدون آن که خطر مثبت شدن متغیر مصنوعی وجود داشته باشد. اگر ضریب متغیر مصنوعی R را در ستون متغیر x_k در تکرار فعلی y_{rk} فرض کنیم، در مورد آن می‌توان گفت که حتماً بوده است.
- (۱) صفر (۲) غیر صفر (۳) صریحاً مثبت (۴) صریحاً منفی

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

برای مقدار y_{rk} سه حالت مقدور است:

(۱) $y_{rk} > 0$ در این صورت تست نسبت برابر صفر می شود و متغیر مصنوعی R از پایه خارج می شود که با توجه به صورت مسئله خلاف فرض است.

(۲) $y_{rk} < 0$ باشد. در این صورت با توجه مثبت بودن ضریب متغیر x_k در ردیف متغیر x_p مقدار متغیر مصنوعی در تکرار بعدی مثبت می شود که با توجه به فاز ۲ بودن مسئله، R باید صفر باقی بماند تا جواب امکان پذیر باشد.

(۳) $y_{rk} = 0$ در این صورت متغیر R از پایه خارج نمی شود و با توجه به صفر بودن آن، در تکرار بعدی هم صفر باقی می ماند.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- جدول زیر یکی از جداول سیمپلکس یک مسئله است، که تابع هدف آن حداکثر و محدودیت‌ها به صورت $AX \leq b$ می‌باشد. متغیرهای x_4 و x_5 نیز متغیرهای کمکی مسئله هستند. در این صورت یکی از محدودیت‌های مسئله عبارتست از:

پایه	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
Z	1	0	2	0	1	6
x_4	-1.5	0	2.5	1	-3	0
x_2	0.5	1	0.5	0	1	3

$$3x_1 + 4x_3 \leq 7 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \quad (2)$$

$$3x_1 + 4x_3 \leq 9 \quad (3)$$

$$x_1 + 2x_3 \leq 5 \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با بررسی گزینه ها می رویم:

$$x_1 = x_3 = x_5 = 0 \quad \text{nonbasic}$$

$$x_2 = 3, x_4 = 0 \quad \text{basic}$$

گزینه ۱:

$$3x_1 + 4x_3 \leq 7 \rightarrow 0 + 0 + (x_4 \text{ or } x_5) = 7$$

x_4, x_5 نمی تواند ۷ باشد لذا این گزینه رد می شود.

گزینه ۲:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \rightarrow 0 + 3 + 0 + (x_4 \text{ or } x_5) = 6$$

x_4, x_5 نمی تواند ۳ باشد، لذا رد است.

گزینه ۳:

$$3x_1 + 4x_3 \leq 9 \rightarrow 0 + 0 + (x_4 \text{ or } x_5) = 9$$

x_4, x_5 نمی تواند ۹ باشد لذا این گزینه رد است.

گزینه ۴:

$$x_1 + 2x_3 \leq 5 \rightarrow x_1 + 2x_3 + (x_4 \text{ or } x_5) = 5 \rightarrow 0 + 0 + (x_4 \text{ or } x_5) = 5$$

x_4, x_5 نمی تواند ۵ باشد لذا این گزینه رد است.

هیچ گزینه ای درست نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

	x_6	x_7	
z	5 $-\frac{5}{2}$	2 $-\frac{2}{3}$	-14
x_1	2 $\frac{2}{3}$	1 $-\frac{1}{3}$	2
x_2	1 $\frac{1}{3}$	1 $+\frac{1}{3}$	4

۳۸- جدول سیمپلکس تجدید نظر شده برای مسئله‌ای به صورت جدول روبه‌رو است:
اگر x_6 متغیر کمکی محدودیت اول و x_7 متغیر مصنوعی محدودیت دوم و C_B بردار ضریب متغیرهای پایه در تابع هدف باشند، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) C_B می‌تواند بردار $(-4, -1/5)$ باشد.

(۲) C_B می‌تواند بردار $(+1, -4)$ باشد.

(۳) C_B می‌تواند بردار $(0, -3)$ باشد.

(۴) C_B می‌تواند بردار $(-3, -2)$ باشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

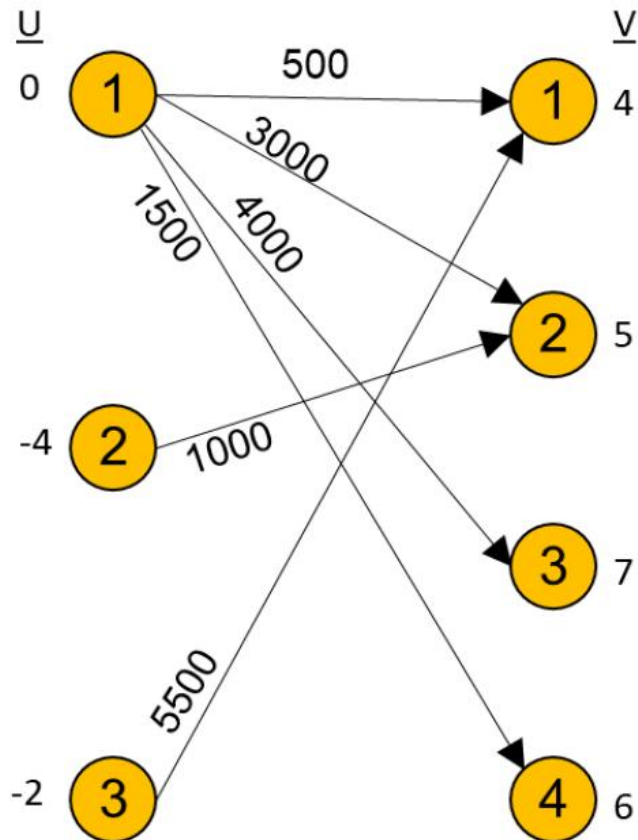
چون x_7 متغیر مصنوعی است لذا نباید در سطر صفر مقدار منفی بگیرد چون می تواند وارد پایه شود و جواب را از حالت امکان پذیر خارج کند، لذا هیچ گزینه ای درست نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- در جدول زیر یک جواب پایه یک مسئله حمل و نقل داده شده است. پس از انجام تنها یک تکرار سیمپلکس حمل و نقل هزینه جواب پایه جدید چه مقدار بهبود می یابد؟

	D1	D 2	D 3	D 4		
S1	500	3000	4000	1500	9000	(۱) ۵۰۰
S2		1000			1000	(۲) ۱۰۰۰
S3	5500				5500	(۳) ۳۰۰۰
	6000	4000	4000	1500		(۴) ۸۰۰۰

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$$

nonbasic

$$2 \rightarrow 1: 7 - u_1 - v_1 = 7 + 4 - 4 = 7$$

$$2 \rightarrow 3: 4 - u_2 - v_3 = 4 + 4 - 7 = 1$$

$$2 \rightarrow 4: 3 - u_2 - v_4 = 3 + 4 - 6 = 1$$

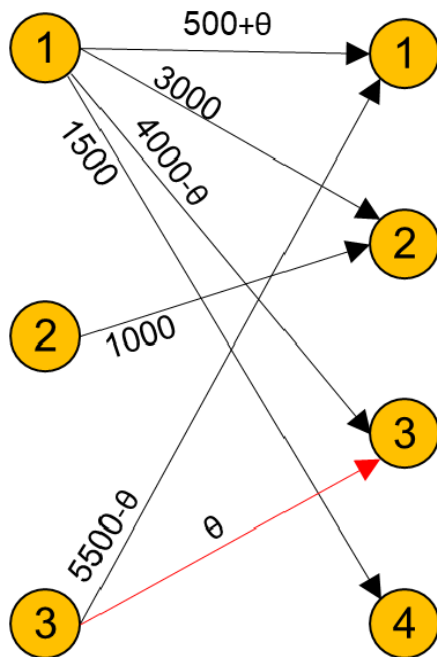
$$3 \rightarrow 2: 5 - u_3 - v_2 = 5 + 2 - 5 = 2$$

$$3 \rightarrow 3: 3 - u_3 - v_3 = 3 + 2 - 7 = -2 \leftarrow$$

$$3 \rightarrow 4: 5 - u_3 - v_4 = 5 + 2 - 6 = 1$$

کمان (3,3) وارد پایه می شود.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



در شکل فوق، $\theta_{\max} = 4000$ می شود.

مقدار بهبود در تابع هدف برابر است با:

$$4000 \times 4 - 4000 \times 7 - 4000 \times 2 + 4000 \times 3 = -8000$$

مقدار تابع هدف ۸۰۰۰ واحد بهبود (کاهش) می یابد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۰- در یک مسئله تخصیص n نفر به n شغل، رتبه ماتریس ضرایب در مدل برنامه ریزی خطی آن، چقدر است؟

(۱) n

(۲) $2n$

(۳) n^2

(۴) $2n - 1$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

تعداد محدودیت های مسئله تخصیص $2n$ است و چون مسئله تخصیص یک زیرمجموعه از مسئله شبکه است، لذا رتبه ماتریس یکی کمتر از تعداد محدودیت ها است لذا رتبه ماتریس $2n-1$ می شود لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۱- در مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح زیر :

$$\text{Max } z = 7x_1 + 10x_2$$

$$\text{s.t. } 1) -x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2) 7x_1 + x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

پس از حل مسئله به صورت برنامه‌ریزی خطی، کدام یک از نامعادلات زیر نمی‌تواند یک برش باشد؟

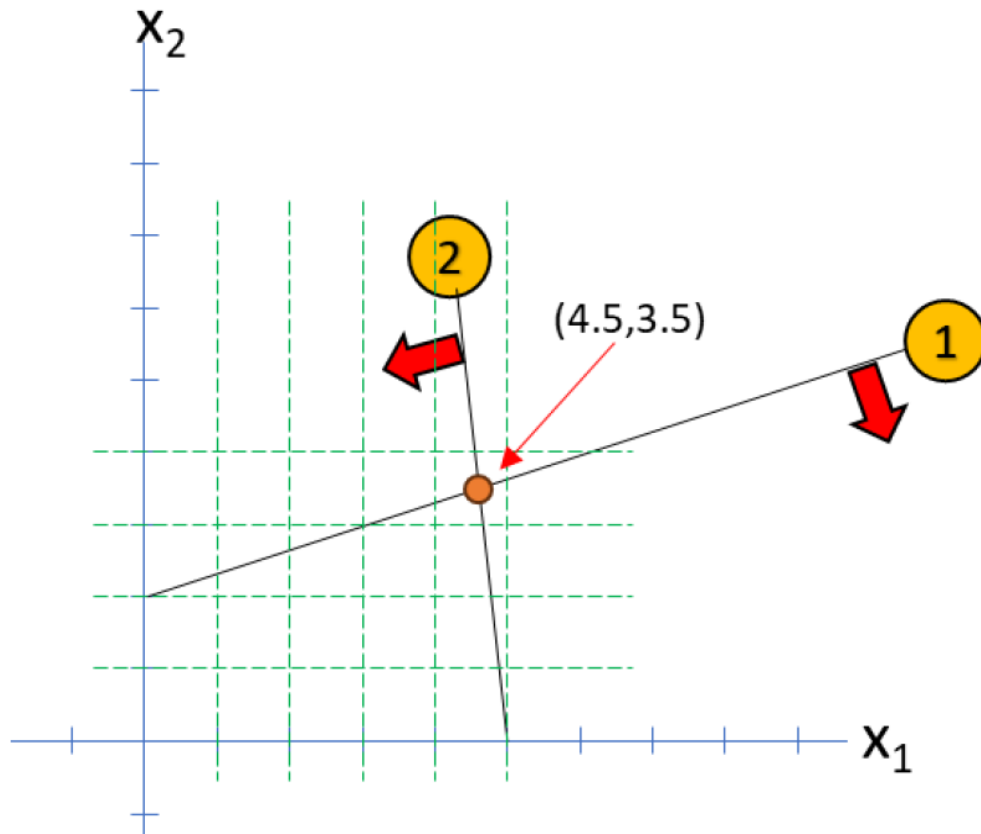
$$2x_1 + x_2 \leq 10 \quad (2)$$

$$x_2 \leq 3 \quad (1)$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10 \quad (4)$$

$$3x_1 + x_2 \leq 15 \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



نقطه (4.5, 3.5) را در هر چهار محدودیت چک میکنیم. این جواب باید از فضای امکان پذیر حذف شود.

$$1) \rightarrow x_2 \leq 3 \rightarrow \frac{7}{2} \not\leq 3 \rightarrow omitted$$

$$2) \rightarrow 2x_1 + x_2 \leq 10 \rightarrow 9 + \frac{7}{2} \not\leq 10 \rightarrow omitted$$

$$3) \rightarrow 3x_1 + x_2 \leq 15 \rightarrow 3\left(\frac{9}{2}\right) + \frac{7}{2} \not\leq 15 \rightarrow omitted$$

$$4) \rightarrow x_1 + 2x_2 \leq 10 \rightarrow \frac{9}{2} + 2\left(\frac{7}{2}\right) \not\leq 10 \rightarrow omitted$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



در این سوال هیچ گزینه این حذف نمی شود. در مرحله بعد باید کنترل کرد که چهار محدودیت هیچ نقطه صحیح را حذف نمی کند. با توجه به نزدیکی نقطه $(4,3)$ به جواب بهینه خطی پیوسته، همان نقطه $(4.5, 3.5)$ ، این نقطه کنترل می شود.

$$1) \rightarrow 3 \leq 3 \quad OK$$

$$2) \rightarrow 8 + 3 \leq 10 \quad \times$$

$$3) \rightarrow 12 + 3 \leq 15 \quad OK$$

$$4) \rightarrow 4 + 2 * 3 \leq 10 \quad OK$$

لذا گزینه ۲ نمی تواند یک برش باشد لذا گزینه ۲ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۲- در گره‌های موجود در درخت روش شاخه و کران (B & B) برای حل مسائل برنامه‌ریزی اعداد صحیح، کلیه جواب‌های موجه صحیح برای حل مسئله به صورت شمارش می‌شوند.
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (۱) حتی الامکان، ضمنی | (۲) حتی الامکان، صریح |
| (۳) حتماً، صریح | (۴) حتماً، ضمنی |

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

در الگوریتم شاخه و کرانه برای حمل مسئله برنامه ریزی عدد صحیح، حتی امکان کلیه جواب های موجه صحیح برای حل مسئله به صورت ضمنی شمارش می شود. لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- در مسئله کوله پشتی زیر در حالت آزادسازی خطی مسئله، چند متغیر مقدار یک می‌گیرند؟

$$\text{Max } z = 4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + \frac{3}{10}x_5 + 6x_6 + 6x_7$$

$$\text{S.t } \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 + 3x_6 + 5x_7 \leq 10 \\ x_j = (0,1) \end{cases}$$

یک (۱)

سه (۳)

دو (۲)

چهار (۴)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

نسبت ضریب متغیرهای تابع هدف به محدودیت‌های به صورت زیر می‌شود.

نام متغیر	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
c_j	۴	۱	۲	۱	۰.۳	۶	۶
a_{ij}	۴	۲	۴	۳	۱	۳	۵
c_j/a_{ij}	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	۰.۳	۲	$\frac{6}{5}$

اگر معیار اولویت بندی را c_j/a_{ij} در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$X_7 \rightarrow X_6 \rightarrow X_1 \Rightarrow X_7 = 1, X_6 = 1, X_1 = 0.5$$

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

با توجه به اطلاعات سؤال ۴۴، سؤال‌های ۴۴، ۴۵ و ۴۶ را پاسخ دهید.

مسئله برنامه‌ریزی ریاضی زیر را در نظر بگیرید:

۴۴-

(توجه کنید که x_1 و x_2 لزوماً عدد صحیح نیستند.)

$$\text{Max } z = 12x_1 + 3x_1^2 - 2x_1^3 + 12x_2 - x_2^3$$

$$\text{S.t } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

فرض کنید که این مسئله را از برنامه‌ریزی پویا و با حرکت به جلو می‌خواهیم حل کنیم. مرحله i تصمیم‌گیری راجع به x_i ، $i = 1, 2$ ، متغیر تصمیم و حالت مرحله i به ترتیب x_i و y_i تعریف می‌شوند. در این صورت، شرط کمکی برنامه‌ریزی پویا برای حرکت به جلو عبارت است از:

$$g_1(y_2) = \max_{0 \leq x_2 \leq 3} \{12x_2 - x_2^3\} \quad (1)$$

$$g_1(y_2) = \max_{0 \leq x_2 \leq y_2} \{12x_2 - x_2^3\} \quad (2)$$

$$f_1(y_1) = \max_{0 \leq x_1 \leq 3} \{12x_1 + 3x_1^2 - 2x_1^3\} \quad (3)$$

$$f_1(y_1) = \max_{0 \leq x_1 \leq y_1} \{12x_1 + 3x_1^2 - 2x_1^3\} \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

برای حل مسئله به روش برنامه ریزی پویا با رویکرد روبه جلو، از متغیر با لندیس کمتر حرکت می کنیم و از طرفی حد بالا برای متغیر x_1 با توجه به متغیر مرحله دوم که y_1 است تعیین می شود لذا تنها گزینه ۴ این حالت ها رخ می دهد و گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- در سؤال ۴۴، حاصل حل شرط کمکی برنامه‌ریزی پویا برای حرکت به جلو، کدام است؟

$$f_1(y_1) = 12y_1 + 3y_1^2 - 2y_1^3, \quad x_1^* = y_1 \quad (1)$$

$$f_1(y_1) = 20, \quad x_1^* = 2 \quad (2)$$

$$f_1(y_1) = \begin{cases} 12y_1 + 3y_1^2 - 2y_1^3 & , 0 \leq y_1 \leq 2 \Rightarrow x_1^* = y_1 \\ 20 & , 2 \leq y_1 \leq 3 \Rightarrow x_1^* = 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$g_1(y_2) = 12y_2 - y_2^3, \quad x_2^* = y_2 \quad (4)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$f_1(y_1) = \underset{0 \leq x_1 \leq y_1}{\text{Max}} \left\{ \overbrace{12x_1 + 3x_1^2 - 2x_1^3}^{f(x_1)} \right\}$$

$$\frac{df(x_1)}{dx_1} = 12 + 6x_1 - 6x_1^2 = 0 \Rightarrow -x_1^2 - x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_1 = 2$$

$$\frac{d^2 f(x_1)}{dx_1^2} = 6 - 12x_1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d^2 f(x_1 = -1)}{dx_1^2} = 18 > 0 \\ \frac{d^2 f(x_1 = 2)}{dx_1^2} = -18 < 0 \end{cases}$$

لذا بیشینه تابع $f_1(x_1)$ یا $x_1=2$ است و یا در مرزها ($x_1=y_1$ and $x_1=0$) رخ می دهد.

اگر $y_1 > 2$ باشد، با توجه به یان که در نقطه $x_1=2$ تقعر رو به پایین است، مقدار تابع کمتر می شود و لذا جواب $x_1=2$ خواهد بود. اگر $y_1 < 2$ باشد، تابع رو به افزایش است و لذا $x_1=y_1$ جواب بهینه می شود و لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۶- در سؤال ۴۴ ، پس از حل معادله تکراری مرحله دوم در برنامه ریزی پویا با حرکت به جلو، حداکثر مقدار Z برابر کدام است؟

۳۱ (۲)

۱۳/۲۷ (۱)

۳۴ (۴)

۳۲/۷۴ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\text{if } 0 \leq y_1 \leq 2 \Rightarrow 12y_1 + 3y_1^2 - 2y_1^3 + 12(3 - y_1) - (3 - y_1)^3$$

$$\text{if } 2 \leq y_1 \leq 3 \Rightarrow 20 + 12(1) - 1^3 = 31$$

$$f(y_1) = 12y_1 + 3y_1^2 - 2y_1^3 + 12(3 - y_1) - (3 - y_1)^3$$

$$\frac{df}{dy_1} = 12 + 6y_1 - 6y_1^2 - 12 + 3(3 - y_1)^2 = 6y_1 - 6y_1^2 + 3y_1^2 - 18y_1 + 27 = 0$$

$$= -3y_1^2 - 12y_1 + 27 = 0 \begin{cases} -2 - \sqrt{13} & \times \\ -2 + \sqrt{13} & OK \end{cases} \rightarrow y_2 = 5 - \sqrt{13}$$

با جایگذاری در تابع هدف داریم:

$$\left. \begin{matrix} y_1 = 1.6 \\ y_2 = 1.4 \end{matrix} \right\} \rightarrow Z^* = 32.74$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

با توجه به اطلاعات سؤال ۴۷، به سؤال‌های ۴۷ و ۴۸ پاسخ دهید.
۴۷- مسئله برنامه‌ریزی غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Min. } z &= x_1^2 - x_1 x_2 + 2x_2^2 \\ \text{S.t. } \quad x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

نقطه یا نقاط می‌نیمم محلی مسئله در صورت موجود بودن کدام است؟

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} \text{ و } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

(۴) نقطه می‌نیمم محلی ندارد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\text{Min } Z = x_1^3 - x_1^2 x_2 + 2x_2^2$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_1} = 3x_1^2 - 2x_1 x_2 = 0 \rightarrow x_1 (3x_1 - 2x_2) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_1 = \frac{2}{3}x_2$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_2} = -x_1^2 + 4x_2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 0 \\ x_1 = \frac{2}{3}x_2 \rightarrow x_1 = 6, x_2 = 9 \end{cases}$$

لذا نقاط $(0,0)$ و $(6,9)$ نقاط بحرانی هستند برای تعیین نوع این نقاط باید ماتریس هسیان را تشکیل داد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$H = \begin{bmatrix} 6x_1 - 2x_2 & -2x_1 \\ -2x_1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$H(0,0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow (0,0) \text{ saddle}$$

$$H(6,9) = \begin{bmatrix} 18 & -12 \\ -12 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow (6,9) \text{ indefin} (18 > 0, \det -72 < 0)$$

چون نقطه $(0,0)$ در حاشیه بازه است باید شرایط مرزی آن چک شود.

$$f(0,0) = 0$$

$$f(\varepsilon_1, 0) = \varepsilon_1^3 > 0$$

$$f(0, \varepsilon_2) = 2\varepsilon_2^2 > 0$$

لذا به ازای ε حرکت در جهت x و y مقدار تابع هدف بیشتر می شود و لذا نوع نقطه $(0,0)$ کمینه است. لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- در سؤال ۴۷، مجموعه Ω در \mathbb{R}^2 را چنان تعریف کنید، که نقطه یا نقاط می‌نیمم محلی به دست آمده در سؤال ۴۷، نقطه یا نقاط می‌نیمم کلی (جهانی) روی مجموعه Ω باشد. محدودیت‌های تشکیل این مجموعه Ω ، کدام است؟

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ 24x_1 - 8x_2 - 4x_1^2 \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

(۴) چنین مجموعه Ω ای در \mathbb{R}^2 تعریف نمی‌شود.

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 24x_1 - 8x_2 - 4x_1^2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

برای اینکه Min بدست آمده از مسئله قبلی سراسری باشد، باید تابع هدف محدب باشد لذا ماتریس هسیان باید نیمه معین مثبت باشد و لذا داریم:

$$H(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 6x_1 - 2x_2 & -2x_1 \\ -2x_1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$semi - posi - defin \Rightarrow 6x_1 - 2x_2 \geq 0, 4(6x_1 - 2x_2) - 4x_1^2 \geq 0$$

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۹- حداقل مقدار z در مسئله برنامه ریزی غیر خطی زیر کدام است؟

$$\text{Min } z = -2x_1^2 - 3x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + 2(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{332}{3} \quad (2) \\ & \quad \quad \quad \circ \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1168}{9} \quad (1) \\ & \quad \quad \quad -74 \quad (3) \end{aligned}$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

ابتدا باید چک کرد که تابع هدف نیمه معین منفی یا معین منفی است. ماتریس هسیان تابع هدف فوق را تشکیل می دهیم.

$$H = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ 4 & -6 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow -4 < 0, \det \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} = 24 - 16 > 0, \det \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ 4 & -6 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix} = -8 < 0$$

لذا تابع هدف نیمه معین منفی است و جواب اکسترم، مقدار کمینه نیست و کمینه در مرزها اتفاق می افتد. لذا تقاطع محدودیت ها با محدودیت نامنفی چک می شود.

$$x_3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 13 \\ 2x_1 + x_2 = 6 \end{cases} \rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{20}{3} \rightarrow \inf$$

$$x_2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_3 = 13 \\ 2x_1 + x_3 = 6 \end{cases} \rightarrow x_1 = 1, x_3 = 4 \rightarrow f = 0$$

$$x_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 13 \\ x_2 + x_3 = 6 \end{cases} \rightarrow x_2 = 1, x_3 = 5 \rightarrow f = -74$$

گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- در یک مسئله برنامه‌ریزی پویا، معادله بازگشتی در یک مرحله به شرح زیر تعیین شده است:

$$f_3(s, x_3) = \alpha(s + x_3 - 2) + c(x_3) + f_4^*(s + x_3 - 2)$$

متغیر تصمیم و α اسکالر معلوم و c

تابع هزینه است. در جدول محاسبات مربوط به این مرحله به شرح زیر، مقدار عددی a چقدر است؟

۱۴ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۷ (۴)

$s \backslash x_3$	۱	۲	$f_4^*(s)$
۰	-	-	۱۰
۱	۱۳	۲۰	۷
۲	۱۲	a	۲

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$f_3(2,2) = \alpha(2+2-2) + c(2) + f_4^*(2+2-2) = 2*2 + 11 + 2 = \boxed{17}$$

$$\underbrace{f_3(1,2)}_{20} = \alpha(2+1-2) + c(2) + f_4^*(1+2-2) \xrightarrow{\alpha=2} c(2) = 11$$

$$\underbrace{f_3(1,1)}_{13} = \alpha(1+1-2) + c(1) + f_4^*(1+1-2) \rightarrow c(1) = 3$$

$$\underbrace{f_3(2,1)}_{12} = \alpha(2+1-2) + c(1) + f_4^*(2+1-2) \xrightarrow{c(1)=3} \alpha = 2$$

گزینه ۴ درست است.

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com