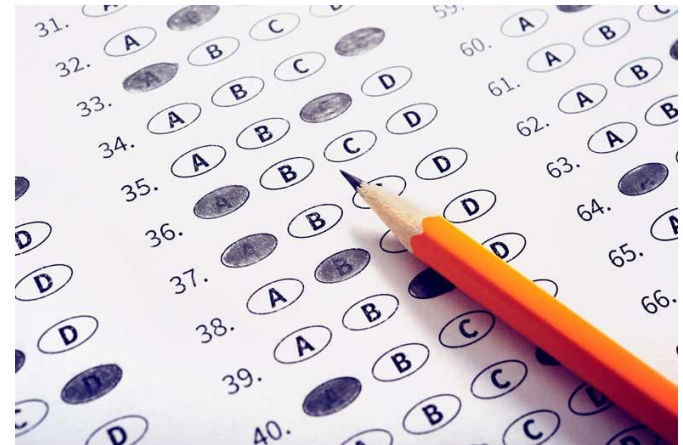
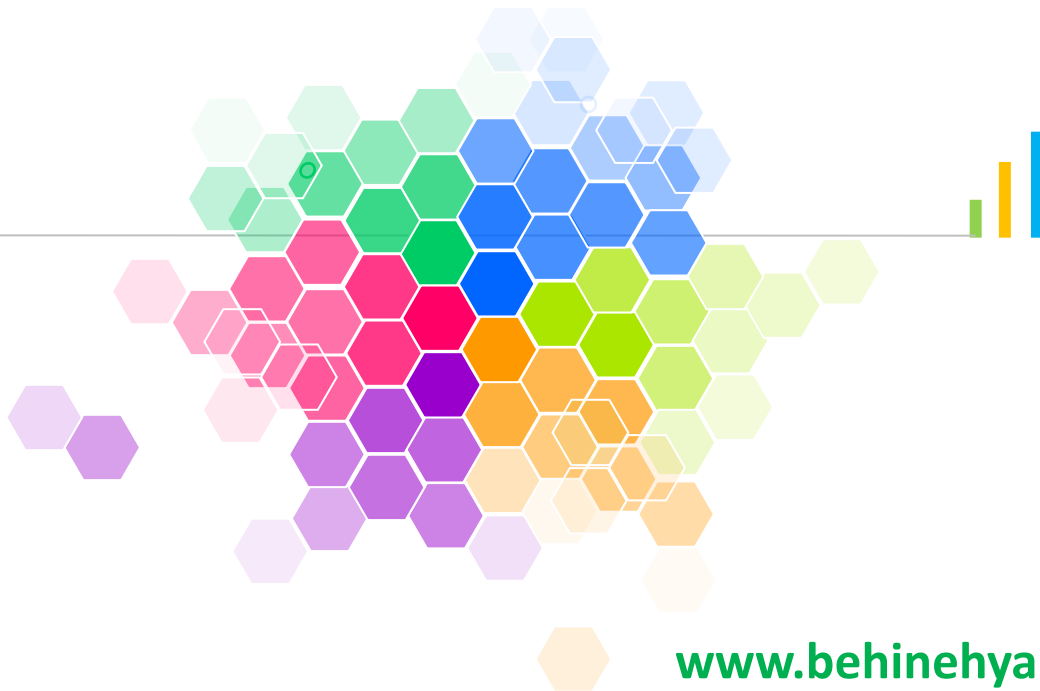


به نام خدا



# کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۳۹۶



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱- اگر در جواب بهینه مدل زیر  $x_1$  و  $x_3$  در پایه باشند، مقادیر ضرایب فنی  $x_2$  در جدول سیمپلکس نهایی چه خواهد بود؟

$$\max x_0 = 3x_1 - 2x_2 + 5x_3$$

$$\text{st: } 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 10$$

$$x_2 + x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_2 = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

گزینه ۴ صحیح است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad x_0 = c^T x = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{st:} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

که در آن  $c_j$ ، یعنی ضریب تابع هدف متغیر  $x_j$ ، یک متغیر تصادفی با تابع توزیع مشخص و ناوابسته به  $x_j$  است. این توزیع دارای امید ریاضی  $E(c_j)$  و واریانس  $\text{var}(c_j)$  متناهی است. در ضمن متغیرهای تصادفی  $c_1, \dots, c_n$  از هم مستقل و  $A$  و  $b$  هر دو قطعی هستند. با توجه به اینکه تابع هدف مدل فوق یک متغیر تصادفی بوده و لذا غیرقطعی است، کدامیک از توابع هدف قطعی زیر مناسب است که به جای تابع هدف آن در نظر گرفته شود؟

( $\lambda$  پارامتری مثبت و مشخص است)

$$\sum_{j=1}^n E(c_j) x_j + \lambda \sum_{j=1}^n \text{var}(c_j) x_j^2 \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n \text{var}(c_j) x_j^2 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n E(c_j) x_j - \lambda \sum_{j=1}^n \text{var}(c_j) x_j^2 \quad (3)$$

$$-\sum_{j=1}^n E(c_j) x_j \quad (4)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

یکی از راه حل ها برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در برنامه ریزی خطی، در نظر گیری واریانس در تابع هدف است. لذا در تابع هدف علاوه بر امید ریاضی، از ترم درجه دوم تغییرات برای در نظر گیری تغییرات در متغیر تصمیم در اثر پارامترهای غیرقطعی استفاده می شود لذا گزینه ۳ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- در بهینه‌سازی بدون قید تابع  $f(x)$ ، که یک تابع درجه دوم (کوادراتیک) است، از حل معادلات  $\nabla f(x) = 0$  نقطه  $x^*$  حاصل گردیده و ماتریس هشین در این نقطه به صورت زیر ارائه شده است. در این مورد گزینه صحیح کدام است؟

$$H(x^*) = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

(۱)  $x^*$  یک نقطه ماکزیمم محلی می‌باشد.

(۲)  $x^*$  یک نقطه ماکزیمم سراسری می‌باشد.

(۳)  $x^*$  یک نقطه مینیمم محلی می‌باشد.

(۴)  $x^*$  یک نقطه مینیمم سراسری می‌باشد.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$H(x) = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = -2 < 0, \Delta_2 = \det \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = 4 > 0, \Delta_3 = \det \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -6 < 0$$

ماتریس  $H$  معین منفی است و لذا  $x^*$  یک نقطه بیشینه جهانی است و گزینه ۲ صحیح است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- کدام گزینه معادل دوگان مسئله زیر را نمایش می دهد؟

$$\begin{aligned} \max \quad & x_0 = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 \\ \text{st:} \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 + s_1 = 5 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, s_1 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max \quad & y_0 = -5y_1 - 2y_2 \\ \text{st:} \quad & y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ & y_2 - 2y_1 \leq -12 \\ & y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ & -y_1 \leq 0, \quad y_2 \text{ آزاد در علامت} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \max \quad & y_0 = 5y_1 + 2y_2 \\ \text{st:} \quad & y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ & y_2 - 2y_1 \leq -12 \\ & y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ & y_1 \geq 0, \quad y_2 \text{ آزاد در علامت} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \min \quad & y_0 = 5y_1 + 2y_2 \\ \text{st:} \quad & -y_1 - 2y_2 \leq -5 \\ & 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ & y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ & y_1, y_2 \text{ آزاد در علامت} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \min \quad & y_0 = 5y_1 + 2y_2 \\ \text{st:} \quad & y_1 + 2y_2 \leq 5 \\ & 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ & y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ & y_1, y_2 \text{ آزاد در علامت} \end{aligned} \quad (4)$$



# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\begin{array}{ll} \text{Max } x_0 = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 & \\ \text{s.t.} & \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + s_1 = 5 & (y_1) \longrightarrow \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 & (y_2) \\ x_1, x_2, x_3, s_1 \geq 0 & \\ & \text{Min } 5y_1 + 2y_2 \\ & \text{s.t.} \\ & y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ & 2y_1 - y_2 \geq 12 \\ & y_1 + 3y_2 \geq 4 \\ & y_1 \geq 0 \\ & y_1, y_2 \text{ urs} \end{array}$$

معادل گزینه ۱ است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۵- فرض کنید جدول زیر یکی از جداول سیمپلکس برای حل مسئله‌ای با تابع هدف ماکزیمم کردن است.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$Z$	-۲	۰	۰	۰	۴	۵
$x_2$	-۴	۱	۰	۰	-۲	۱
$x_4$	-۵	۰	۰	۱	۰	۲
$x_3$	-۶	۰	۱	۰	-۴	۲

کدام گزینه ارائه‌دهنده یک جهت از ناحیه شدنی مسئله فوق است؟

(۱)  $(0, 1, 2, 2, 0)^T$

(۲)  $(0, 1, 2, 0, 0)^T$

(۳)  $(0, -4, -6, -5, 0)^T$

(۴)  $(0, 4, 5, 6, 0)^T$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

در جهت متغیرهای  $x_1$  و  $x_5$  می توان حرکت در فضای شدنی انجام داد. البته در جهت متغیر  $x_1$  تا بی نهایت می توان ادامه داد. چون تمامی اعداد ستون زیر  $x_1$  منفی است. ولی در جهت  $x_5$  تا حدی مشخص است ولی در هیچ یک از گزینه ها حرکت در راستای این دو متغیر نیست و لذا هیچ گزینه ای درست نیست.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- برای مدل برنامه‌ریزی خطی زیر، ماتریس معکوس پایه بهینه  $(B^{-1})$  معین شده است. در صورتی که در جواب بهینه دقیقاً یکی از دو محدودیت فعال باشد (یعنی به صورت تساوی برقرار باشد)، مقدار بهینه تابع هدف کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$\begin{aligned} \max \quad & x_0 = 3x_1 + 9x_2 \\ \text{st:} \quad & a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq 8 \\ & a_3 x_1 + a_4 x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad , \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۲۱ (۴)

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow B = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

دو حالت وجود دارد. در جواب بهینه  $x_1$  و  $s_2$  یا  $x_2$  و  $s_2$ . لذا برای هر یک از دو حالت جواب بهینه را بدست می آوریم.

$$x_1, s_2 \rightarrow c_B = (3, 0) \rightarrow Z = c_B B^{-1} b = (3, 0) \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = 3$$

$$x_2, s_2 \rightarrow c_B = (9, 0) \rightarrow Z = c_B B^{-1} b = (9, 0) \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = 9$$

گزینه ۱ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- در مسئله کوله‌پشتی زیر که از طریق برنامه‌ریزی پویا و محاسبات برگشت به عقب حل گردیده است، معادله بازگشتی برای  $1 \leq i \leq n-1$  با کدام عبارت قابل نمایش می‌باشد؟ حالت (وضعیت اولیه) در مرحله  $i$  با  $s_i$  نمایش داده شده است و  $f_n(s_n) = \lfloor s_n / w_n \rfloor c_n$  است.

$$\max x_o = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

$$\text{st : } \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W$$

$x_i \geq 0$  و  $i = 1, \dots, n$  عدد صحیح

$$f_i(s_i) = \max_{x_i=0, 1, \dots, \lfloor s_i / w_i \rfloor} \{c_i x_i + f_{i-1}(s_i - w_i x_i)\} \quad (1)$$

$$f_i(s_i) = \max_{x_i=0, 1, \dots, s_i} \{c_i x_i + f_{i-1}(s_i - w_i x_i)\} \quad (2)$$

$$f_i(s_i) = \max_{x_i=0, 1, \dots, s_i} \{c_i x_i + f_{i+1}(s_i - w_i x_i)\} \quad (3)$$

$$f_i(s_i) = \max_{x_i=0, 1, \dots, \lfloor s_i / w_i \rfloor} \{c_i x_i + f_{i+1}(s_i - w_i x_i)\} \quad (4)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

مقدار متغیر  $X_1$  می تواند از صفر تا مقدار باقی مانده محدودیت بر ضریف آن متغیر در محدودیت باشد. از طرفی در روش برنامه ریزی پویا، از مرحله آخر به ابتدا می رویم لذا گزینه ۴ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۳۸- برای حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی، در انتهای فاز یک در روش دو فازی، کدام حالت اتفاق نمی‌افتد؟
- (۱) متغیرهای مصنوعی با مقدار صفر داخل پایه قرار دارند.
  - (۲) متغیرهای مصنوعی با مقدار غیرصفر داخل پایه قرار دارند.
  - (۳) متغیرهای مصنوعی خارج از پایه قرار دارند.
  - (۴) مسئله بیکران است و مقدار تابع هدف به بی‌نهایت میل می‌کند.



# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

مسئله فاز یک به صورت کمینه سازی مجموع متغیرهای مصنوعی است که نامنفی هستند. لذا هیچ وقت بیکران نمی شود لذا گزینه ۴ درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- برای خطی کردن مدل زیر به فرم استاندارد، بدون توجه به اینکه جواب مسئله چیست، کمترین تعداد متغیر جدید مورد نیاز کدام است؟

$$\min x_0 = \max \{2x - 3, 1 - 4x\}$$

$$\text{st : } \left| \frac{x}{2} - 1 \right| \leq 2, \text{ } x \text{ آزاد در علامت}$$

۶ (۱)

۵ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴)

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\text{Min } x_0 = \text{Max} \{2x - 3, 1 - 4x\}$$

s.t.

$$\left| \frac{x}{2} - 1 \right| \leq 2$$

$x$  urs

$$\text{Min } x_0$$

s.t.

$$x_0 \geq 2x - 3$$

$$\rightarrow x_0 \geq 1 - 4x \xrightarrow{x=x'-x'', x_0=x'_0-x''_0}$$

$$0.5x - 1 \leq 2$$

$$0.5x - 1 \geq -2$$

$$x, x_0 \text{ urs}$$

$$\text{Min } x_0$$

s.t.

$$2x - x_0 + y_1 = 3$$

$$-4x - x_0 + y_2 = -1$$

$$0.5x + y_3 = 3$$

$$-0.5x + y_4 = 1$$

$$x = x' - x''$$

$$x_0 = x'_0 - x''_0$$

$$x', x'', x'_0, x''_0 \geq 0$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

لذا ۸ متغیر مورد نیاز است و گزینه ۳ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

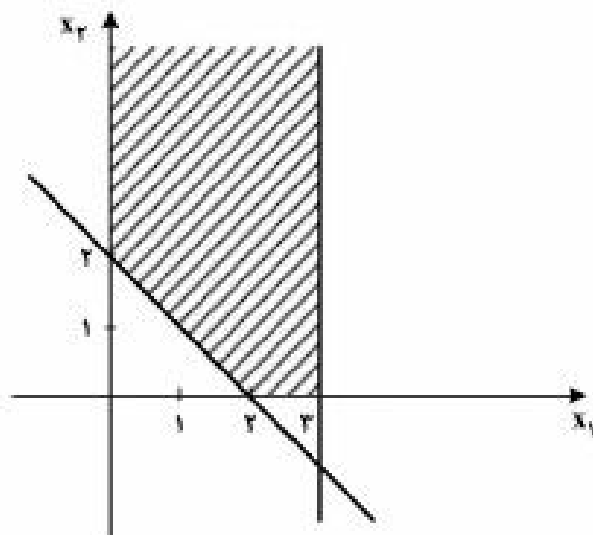
۴۰- در یک مسئله برنامه‌ریزی خطی بیشینه‌سازی، ضرایب تابع هدف  $(C_1, C_2)$  با شرط  $C_1 > 0, C_2 < 0$  است. منطقه موجه حاصل از محدودیت‌های این مسئله در نمودار زیر (به صورت هاشورخورده) مشخص شده است. این مسئله چه جوابی دارد؟

(۱) بهینه منحصر به فرد

(۲) بهینه ندارد

(۳) بهینه تباهیده

(۴) بهینه چندگانه



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

با توجه به این که  $c_1 > 0$  و  $c_2 < 0$  است، یعنی تابع هدف موازی نیمساز ربع اول و سوم است و هر چه به سمت راست حرکت شود، مقدار تابع هدف افزایش می یابد و چون  $c_2$  مخالف صفر است، لذا بر خط  $x_1 = 3$  مماس نمی شود و لذا مسئله دارای جواب منحصر به صفر است و گزینه ۱ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۱- جدول بهینه یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر است:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
$x_0$	0	0	0	6	۲۶
$x_1$	۱	-۲	0	-۱	۵
$x_2$	0	0	۱	-۱	۷

کدام گزینه صحیح است؟ (فرین یا انتهایی ترجمه واژه اکستریم (extreme) است.)

- (۱) مسئله دو جواب بهینه فرین و بی‌نهایت جواب بهینه غیر فرین دارد.
- (۲) مسئله یک جواب بهینه فرین و یک جواب بهینه غیر فرین دارد.
- (۳) مسئله یک جواب بهینه فرین و بی‌نهایت جواب بهینه غیر فرین دارد.
- (۴) مسئله دارای جواب تباهیده است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

مسئله با توجه به این که ضریب متغیر غیرپایه در شرایط بهینه برابر صفر است لذا جواب بهینه چند گانه داریم و بین جواب ها، بینهایت جواب با مقدار برابر بهینه ولی در غیر نقاط گوشه داریم ولی این مسئله تنها یک نقطه بهینه گوشه دارد چون شرایط ورود  $x_2$  به پایه نیست (زیر ستون مثبت ندارد) و لذا آن جواب دیگر در بی نهایت است و پس گزینه ۳ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- برای مسئله کمینه‌سازی در روش سیمپلکس، متغیر ورودی  $x_j$  تحت چه شرایطی می‌تواند دارای  $c_j - z_j$  منفی باشد؟

(۱) همواره

(۲) برای جلوگیری از ایجاد دور در مواجهه با جواب‌های تباهیده

(۳) پایان فاز اول، در روش دو فازی برای خروج متغیر مصنوعی با مقدار صفر از پایه

(۴) برای یافتن سایر جواب‌های چندگانه



# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

در روش فاز ۱ فاز ۲، در مرحله فاز ۱ اگر متغیر مصنوعی غیرپایه باشد و مقدار صفر داشته باشد و ضریب آن منفی باشد، می توان آن متغیر را وارد پایه کرد. زیر در مسئله کمینه سازی، اگر تمامی متغیرهای غیرپایه منفی باشد، شرط بهینگی دارد. لذا گزینه ۳ صحیح است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۳- چنانچه  $f_1$  و  $f_2$  دو تابع غیرخطی محدب باشند، در این صورت همواره:

(۱)  $f_1 + f_2$  و  $\max\{f_1, f_2\}$  محدب است.

(۲)  $f_1 - f_2$  و  $\max\{f_1, f_2\}$  محدب است.

(۳)  $\frac{f_1}{f_2}$  و  $\min\{f_1, f_2\}$  محدب است.

(۴)  $f_1 + f_2$  و  $\min\{f_1, f_2\}$  محدب است.

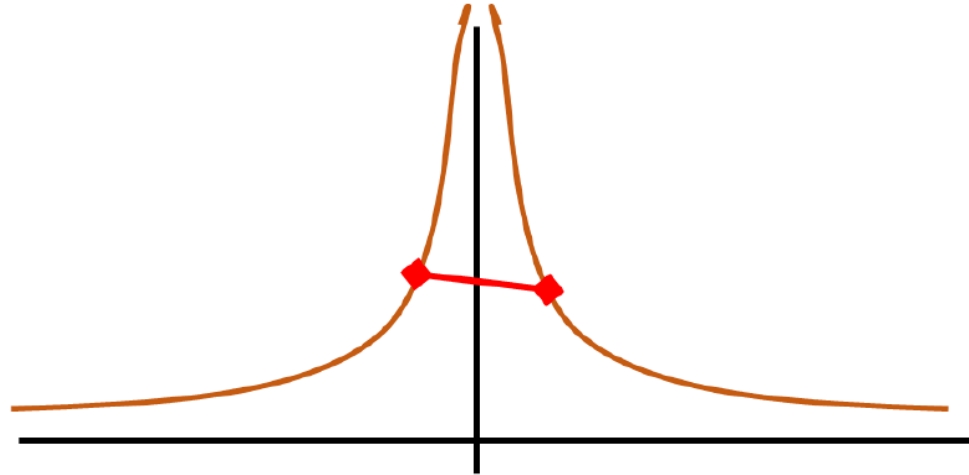
# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

با مثال برای گزینه ها پیش می رویم.  
گزینه ۲: اگر تابع  $f_1$  و  $f_2$  را به صورت زیر تعریف کنیم.

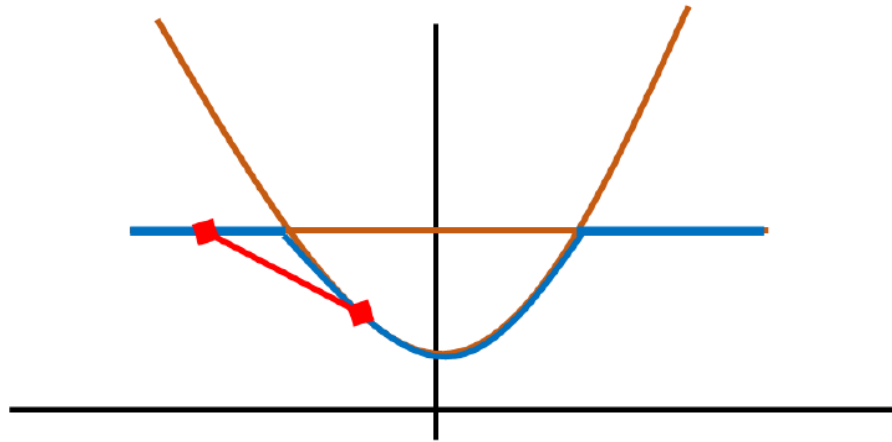
$$f_1 = x^2, f_2 = x^4$$

تابع  $f_1 - f_2$  بخشی محدب و بخشی مقعر است. لذا این گزینه رد می شود.  
گزینه ۳: با مثال بالا، تابع تقسیم محدب نیست. به شکل زیر توجه کنید.



# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

گزینه ۴: این حالت با مثال زیر برای حالت  $Min$  نقض می شود.



لذا گزینه ۱ صحیح است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۴۴- مقدار بهینه مسئله زیر، کدام است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & 10x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 + 2x_5 \\ \text{st:} \quad & 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 - 2x_5 \geq 6 \\ & 5x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 2x_4 + 2x_5 \geq 6 \\ & 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 5x_5 \geq 6 \\ & x_1, \dots, x_5 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- ۷ (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۵ (۴)

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با توجه به اینکه مسئله به صورت کمینه سازی است، لذا از گزینه ای با کمترین مقدار شروع می کنیم. اگر جواب امکان پذیر پیدا شد، آن جواب بهینه است.  
گزینه ۱:

$$Z = 7 \rightarrow x_3 = 1 \rightarrow \text{cons } 1, 2, 3 \text{ reject}$$

or

$$Z = 7 \rightarrow x_2 = x_4 = 1 \rightarrow \text{cons } 1 \text{ reject}$$

or

$$Z = 7 \rightarrow x_2 = x_5 = 1 \rightarrow \text{cons } 1, 3 \text{ reject}$$

Λ

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



با توضیحات فوق، گزینه ۱ رد می شود.

گزینه ۲:

$$Z = 9 \rightarrow x_3 = 1, x_4 = 1 \rightarrow \text{All cons OK}$$

or

$$Z = 9 \rightarrow x_3 = x_5 = 1 \rightarrow \text{cons 1, 3 reject}$$

or

$$Z = 9 \rightarrow x_2 = x_5 = x_4 = 1 \rightarrow \text{cons 1, 3 reject}$$

حالت نخست برقرار است و لذا گزینه ۲ صحیح است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- یک تولیدکننده، محصولی را که از یک قطعه  $A$ ، سه قطعه  $B$  و دو قطعه  $C$  تشکیل می‌شود، تولید می‌کند (این قطعات در تولید سایر محصولات نیز کاربرد دارند). زمان تولید هر قطعه  $A$  روی تنها ماشین موجود تولیدکننده پنج برابر زمان تولید هر قطعه  $B$  و نصف زمان تولید هر قطعه  $C$  است. اگر ماشین تنها قطعه  $A$  را تولید کند، در هر روز حداکثر ۴۰۰ واحد از این قطعه را می‌تواند تولید کند. سود حاصل از تولید هر واحد محصول نیز برابر ۱۰ واحد پولی است. کدام گزینه، به‌عنوان یکی از محدودیت‌های این مسئله (که بخشی از آن بیان شد) صحیح است؟  
( $x_A$ ،  $x_B$  و  $x_C$  متغیرهای تصمیم بوده و به‌ترتیب بیانگر میزان تولید روزانه از قطعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  است)

$$(۱) \quad 5x_A + 3x_B + 20x_C \leq 2000$$

$$(۲) \quad 2x_A + 10x_B + x_C \leq 800$$

$$(۳) \quad 5x_A + x_B + 10x_C \leq 2000$$

$$(۴) \quad 5x_A + x_B + 10x_C \leq 400$$



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

اگر قطعه A در ۵ واحد زمانی تولیدی شود، قطعه B در ۱ واحد زمانی تولید می شود.  
اگر قطعه A در نصف واحد زمانی تولید شود، قطعه C در یک واحد زمانی تولید می شود.

قطعه A	قطعه B	قطعه C
۵	۱	۱۰

زمان در دسترس بودن ماشین برای ساخت قطعه های A B C برابر ۲۰۰۰ است.

$$x_A \leq 400 \rightarrow 5x_A \leq 2000$$

$$5x_A + x_B + 10x_C \leq 2000$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۶- مدل زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \max \quad & x_0 = -c_1 x_1 + c_2 x_2 \\ \text{st:} \quad & x_1 - x_2 = 0 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \quad (0 < c_1 < c_2) \end{aligned}$$

کدام گزینه، در مورد جواب‌های بهینه مدل فوق و دوگان آن صدق می‌کند؟  $(y_1, y_2, y_3)$  متغیرهای مزدوج محدودیت‌های اول تا سوم هستند و دامنه تغییرات  $t$  عبارت است از  $[0, c_2 - c_1]$  و دامنه تغییرات  $z$  عبارت است از  $[c_1, c_2]$ .

- (۱) حل بهینه مسئله اولیه  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  و حل بهینه مزدوج  $y_1 = -z$  و  $y_2 = 0$  و  $y_3 = 0$
- (۲) حل بهینه مسئله اولیه  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  و حل بهینه مزدوج  $y_1 = -c_1 - c_2 - t$  و  $y_2 = t$  و  $y_3 = -t$
- (۳) حل بهینه مسئله اولیه  $(x_1, x_2) = (1, 1)$  و حل بهینه مزدوج  $y_1 = z$  و  $y_2 = -c_1 - z$  و  $y_3 = c_2 + z$
- (۴) حل بهینه مسئله اولیه  $(x_1, x_2) = (1, 1)$  و حل بهینه مزدوج  $y_1 = -c_1 - t$  و  $y_2 = t$  و  $y_3 = c_2 - c_1 - t$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$\text{Max } Z_0 = -c_1 x_1 + c_2 x_2$$

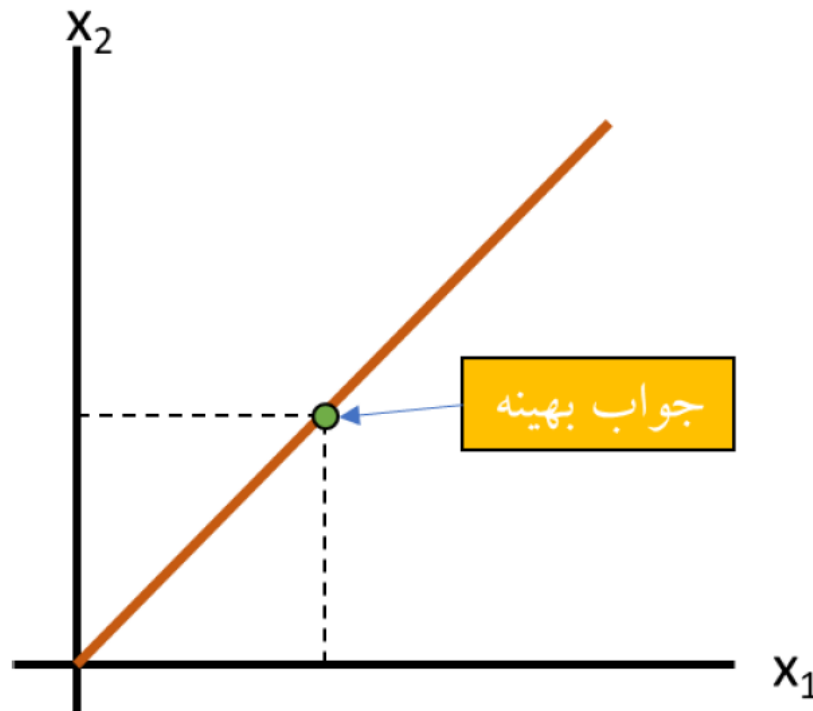
s.t.

$$x_1 - x_2 = 0 \quad (y_1)$$

$$x_1 \leq 1 \quad (y_2)$$

$$x_2 \leq 1 \quad (y_3)$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad 0 < c_1 < c_2$$



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

جواب بهینه  $x_1 = 1, x_2 = 1$  و  $Z = c_2 - c_1$  است لذا گزینه های ۳ و ۴ می توانند درست باشد.  
مدل همزاد فوق به صورت زیر است.

$$\text{Min } y_2 + y_3$$

$$y_1 + y_2 \geq -c_1$$

$$-y_1 + y_3 \geq c_2$$

$$y_1 \text{ urs}, y_2, y_3 \geq 0$$

گزینه های ۳ و ۴ را با مدل روبرو کنترل می کنیم.  
گزینه ۳:

$$y_1 = z, y_2 = -c_1 - z, y_3 = c_2 + z$$

$$y_2 \geq 0 \xrightarrow{y_2 = -c_1 - z} -c_1 - z \geq 0 \rightarrow z \leq -c_1 \quad \text{but} \quad c_1 < z < c_2 \rightarrow NG$$

لذا گزینه ۳ رد می شود.

به بررسی گزینه ۴ می پردازیم.

$$y_1 = -c_1 - t \rightarrow y_1 \text{ urs} \rightarrow OK$$

$$y_2 = t \rightarrow 0 \leq t \leq c_2 - c_1 \rightarrow OK$$

$$y_3 = c_2 - c_1 - t \xrightarrow{0 \leq t \leq c_2 - c_1} y_3 \geq 0 \rightarrow OK$$

گزینه ۴ درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۷- کدام یک از مجموعه محدودیت‌های زیر، معادل خطی عبارت غیرخطی  $x_1 x_2$  است با فرض اینکه این عبارت با متغیر  $y$  جایگزین شود؟ ( $x_1$  متغیر صفر و یک و  $x_2$  متغیری حقیقی در بازه  $[0, u]$  است که در آن  $u$  عددی مثبت و مشخص است.)

$$y \leq (x_1 + x_2)/2$$

$$x_1 + x_2 - 1 \leq y$$

$$y \in \{0, 1\} \quad (2)$$

$$0 \leq x_2 \leq u$$

$$x_1 \in \{0, 1\}$$

$$y \leq u x_1$$

$$y \leq x_2$$

$$y \leq x_1 + x_2 - 1 \quad (1)$$

$$y \in \{0, 1\}$$

$$0 \leq x_2 \leq u$$

$$x_1 \in \{0, 1\}$$

$$y \leq x_2$$

$$y \geq x_2 + u(1 - x_1)$$

$$0 \leq x_2 \leq x_1 u \quad (4)$$

$$y \geq 0$$

$$x_1 \in \{0, 1\}$$

$$y \leq u x_1$$

$$y \leq x_2$$

$$y \geq x_2 - u(1 - x_1) \quad (3)$$

$$y \geq 0$$

$$0 \leq x_2 \leq u$$

$$x_1 \in \{0, 1\}$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$y = x_1 x_2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow y = 0 \\ x_1 = 1 \rightarrow y = x_2 \end{cases}$$

گزینه ها را بررسی می کنیم.  
گزینه ۱:

$$x_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ y \leq x_2 \\ y \leq 0 + x_2 - 1 \end{cases} \rightarrow y = 0 \rightarrow OK$$

$$x_1 = 1 \rightarrow \begin{cases} y \leq u \\ y \leq x_2 \rightarrow y? x_2 \rightarrow NG \\ y \leq x_2 \end{cases}$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



گزینه ۲:

$$x_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} y \leq x_2 / 2 \\ 0 + x_2 - 1 \leq y \end{cases} \rightarrow y? 0$$

$$x_1 = 1 \rightarrow \begin{cases} y \leq (1 + x_2) / 2 \\ 1 + x_2 - 1 \leq y \end{cases} \rightarrow y? x_2$$

گزینه ۳:

$$x_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ y \leq x_2 \\ y \geq x_2 - u \end{cases} \rightarrow y = 0 \rightarrow OK$$

$$x_1 = 1 \rightarrow \begin{cases} y \leq u \\ y \leq x_2 \rightarrow y = x_2 \rightarrow OK \\ y \geq x_2 \end{cases}$$

گزینه ۴

در این حالت با صفر بودن  $x_1$ ،  $x_2$  هم باید صفر باشد که این الزام وجود ندارد و لذا این گزینه هم نادرست است و گزینه ۳ صحیح است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- مسئله بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max x_0 = c^T x$$

$$\text{st: } Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

فرض کنید جواب بهینه این مسئله، ناتباهیده و مقدار بهینه برابر  $k$  است و قیمت سایه (shadow price) متناظر با محدودیت اول برابر  $m$  می‌باشد. در صورتی که عدد سمت راست محدودیت اول افزایش یابد، مقدار تابع هدف مسئله به مقدار  $k(1+t)$  افزایش می‌یابد. در این صورت عدد سمت راست محدودیت اول چقدر تغییر داده شده است؟

$$\frac{t}{m} \quad (۱)$$

$$\frac{t \times k}{m} \quad (۲)$$

$$\frac{t \times k}{m} \quad (۳) \text{ حداقل}$$

$$\frac{t \times k}{m} \quad (۴) \text{ حداکثر}$$



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

$$m\Delta b \geq (1+t)k - k = tk \rightarrow \Delta b \geq \frac{tk}{m}$$

چرا رابطه فوق به صورت بزرگتر مساوی است. این به این دلیل است که با افزایش سمت راست این امکان وجود دارد

که محدودیت زاید شود و دیگر با افزایش سمت راست تابع هدف بهبود نیابد. لذا گزینه ۳ درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۹- مسئله زیر را در نظر بگیرید. در جواب بهینه مسئله دوگان، مقدار متغیر دوگان متناظر با اولین محدودیت، در کدام گزینه همواره صدق می‌کند؟

$$\begin{aligned} \max \quad & x_0 = z \\ \text{st:} \quad & 2z - c^T x = 0 \\ & Ax = b \\ & x \geq 0, z \geq 0 \end{aligned}$$

(۲) مقدار آن مثبت است.

(۴) مقدار آن برابر  $\frac{1}{2}$  است.

(۱) مقدار آن منفی است.

(۳) مقدار آن برابر ۲ است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$z_0 \rightarrow \text{dual model} \rightarrow 2y \geq 0 \rightarrow y \geq 0$$

لذا گزینه ۲ درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- جواب مسئله بهینه‌سازی غیرخطی مقید زیر،  $(x_1, x_2, x_3)$  کدام است؟

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

$$\text{st: } 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 12$$

$$\left(\frac{6}{11}, \frac{36}{11}, \frac{12}{11}\right)^T \quad (1)$$

$$\left(\frac{6}{11}, \frac{12}{11}, \frac{36}{11}\right)^T \quad (2)$$

$$\left(\frac{36}{11}, \frac{12}{11}, \frac{6}{11}\right)^T \quad (3)$$

$$\left(\frac{36}{11}, \frac{6}{11}, \frac{12}{11}\right)^T \quad (4)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$L(x_1, x_2, x_3, \lambda) = 4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \lambda(12 - 2x_1 - 3x_2 - x_3)$$
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} &= 8x_1 - 2\lambda = 0 \rightarrow x_1 = \frac{\lambda}{4} \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= 2x_2 - 3\lambda = 0 \rightarrow x_2 = \frac{3}{2}\lambda \\ \frac{\partial L}{\partial x_3} &= 2x_3 - \lambda = 0 \rightarrow x_3 = \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow 2\left(\frac{\lambda}{4}\right) + 3\left(\frac{9}{2}\lambda\right) + \frac{\lambda}{2} = 12 \rightarrow \lambda = \frac{24}{11} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{11} \\ x_2 = \frac{36}{11} \\ x_3 = \frac{12}{11} \end{cases}$$

لذا گزینه ۱ صحیح است.

# با تشکر

راه های ارتباطی با ما

[www.behinehyab.com](http://www.behinehyab.com)

[behinehyab@gmail.com](mailto:behinehyab@gmail.com)