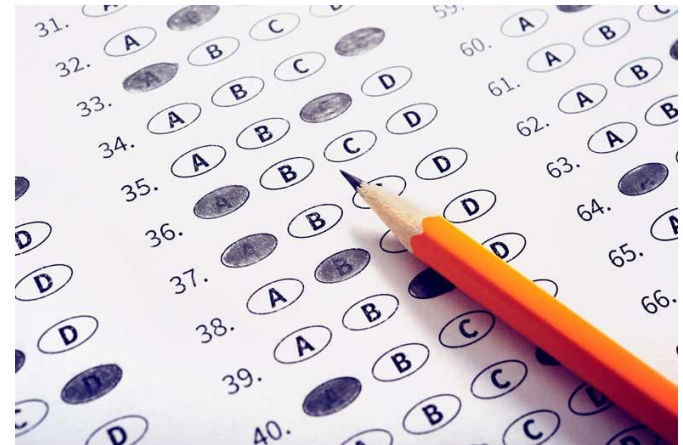
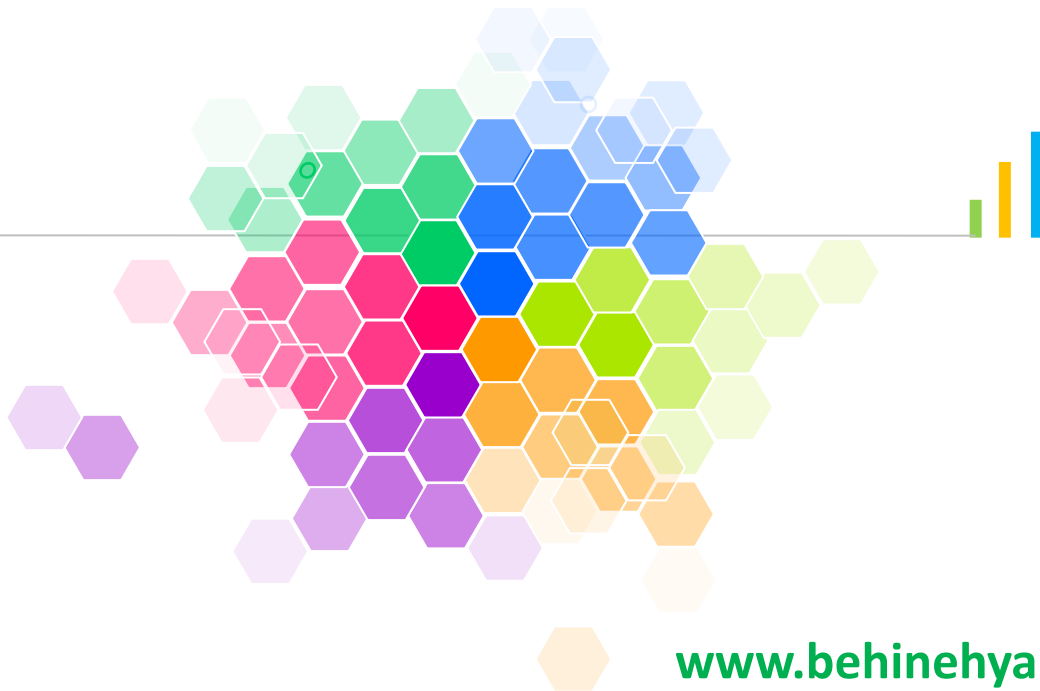


به نام خدا



کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۴۰۰



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱ مجموعه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_3 \geq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

در این صورت تعداد جهت‌های فرین (extreme directions) این مجموعه کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

از تقاطع دو به دو محدودیت هایدست می آید. از تقاطع محدودیت اول و دوم و تقاطع محدودیت دوم و سوم به جهت فرین بدست می آید لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- در مورد مدل بهینه سازی زیر، گزینه صحیح کدام است؟

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 \\ \text{s.t.} \quad & x_2 - (1 - x_1)^2 \leq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (۱) مقدار تابع هدف بی کران است.
- (۲) مدل دارای جواب چندگانه است.
- (۳) مدل جواب بهینه دارد و آن را می توان با استفاده از شرایط KKT به دست آورد.
- (۴) مدل جواب بهینه دارد ولی آن را نمی توان با استفاده از شرایط KKT به دست آورد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به بررسی تمامی گزینه ها می پردازیم:

گزاره ۱: از محدودیت اول داریم:

$$x_2 \leq (1 - x_1)^3$$

این محدودیت نشان می دهد که x_2 به مقدار $(1 - x_1)^3$ وابسته است. برای این که $x_2 \geq 0$ باشد، باید $1 - x_1 \geq 0$ و به عبارتی: $x_1 \leq 1$. حداکثر x_1 برابر یک است و لذا جواب بهینه برابر ۱ که کران دار است و این گزینه غلط است.

گزینه ۲: جواب بهینه به ازای $x_1 = 1, x_2 = 0$. اگر $x_1 = 1$ برقرار باشد، x_2 مقداری غیر از صفر نمی تواند بگیرد و لذا جواب یونیک است.

گزینه ۳: در ابتدا باید بررسی کرد که مدل به صورت یک برنامه ریزی محدب است یا خیر. تابع هدف خطی است. محدودیت اول به صورت غیر خطی است و چون ترم توان سوم غیر محدب است و محدودیت هم غیرمحدب است و لذا برنامه ریزی غیر محدب است اگر بخواهیم با شرایط KKT حل کنید، در صورتی به جواب بهینه جهانی می رسیم که مدل یک برنامه ریزی محدب باشد. لذا گزینه ۴ غلط است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- جدول عایدی بازیکن A در یک بازی دونفره مجموع صفر را در نظر بگیرید. حداقل و حداکثر مقدار نامشخص x چقدر باشد تا در تعادل نش خالص، بازیکن A استراتژی A_3 و بازیکن B استراتژی B_3 را انتخاب کنند؟

		بازیکن B		
		B_1	B_2	B_3
بازیکن A	A_1	۱	۲	۳
	A_2	۵	۲	۲
	A_3	۷	۴	x

۳ و ۲ (۴)

۳ و ۲ (۳)

۴ و ۲ (۲)

۴ و ۳ (۱)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

اگر بخواهیم برای بازیگر A و B به ترتیب استراتژی $A3$ و $B3$ انتخاب شود، دو اتفاق ذیل باید رخ دهد.

الف) استراتژی $A3$ باید بهتر از استراتژی های $A1$ و $A2$ باشد. در این صورت وقتی بازیگر B ، استراتژی $B3$ را انتخاب می کند: باید $A1$ بدتر از $A3$ باشد یعنی $X < 3$ ، و $A2$ باید بدتر از استراتژی $A3$ باشد یعنی $X < 2$.

ب) استراتژی $B3$ باید بهتر از استراتژی $B1$ و $B2$ باشد. در این صورت وقتی بازیگر A ، استراتژی $A3$ را انتخاب می کند: باید $B3$ بهتر از $B1$ باشد یعنی $X < 7$ (کمتر بهتر) و باید $B3$ بهتر از $B2$ باشد یعنی $X < 4$ (کمتر بهتر).

در این صورت X باید بین ۳ و ۴ باشد و لذا گزینه ۱ است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- با توجه به جداول ابتدایی و نهایی سیمپلکس زیر، مقدار $b_4 - a_{33}$ ، کدام است؟

	جدول ابتدایی							
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	RIIS
z	-۱۲	$-c_2$	-۱۵	۰	۰	۰	۰	۰
s_1	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۴۰
s_2	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۲۰
s_3	۰	۰	a_{33}	۰	۰	۱	۰	۵
s_4	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۵۰

	جدول نهایی							
	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	RHS
z	۰	۰	۰	۲	۰	۵	۱۰	y_0
x_1	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۴۰
s_2	۰	۰	۰	۱	۱	۱	-۱	۱۵
x_3	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۵
x_2	۰	۱	۰	-۱	۰	-۱	۱	b_4

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	S_4	RHS
Z	-12	-c2	-15	0	0	0	0	0
S_1	1	0	0	1	0	0	0	40
S_2	0	1	0	0	1	0	0	20
S_3	0	0	a33	0	0	1	0	5
S_4	1	1	1	0	0	0	1	50
Z	0	-c2	-15	12	0	0	0	480
X_1	1	0	0	1	0	0	0	40
S_2	0	1	0	0	1	0	0	20
S_3	0	0	a33	0	0	1	0	5
S_4	0	1	1	1	0	0	1	10
Z	0	0	-15+c2	12-c2	0	0	c2	480+10c2
X_1	1	0	0	1	0	0	0	40
S_2	0	0	-1	1	1	0	-1	10
S_3	0	0	a33	0	0	1	0	5
X_2	0	1	1	-1	0	0	1	10
Z				12-c2				480+10c2+5/a33*(15-c2)
X_1								
S_2								
X_3								
X_2								10-5/a33

$$a_{33} = 1 \rightarrow b_4 = 10 - \frac{5}{a_{33}} \rightarrow b_4 = 5 \rightarrow b_4 - a_{33} = 5 - 1 = 4$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۵- با توجه به اطلاعات سؤال ۳۴، مقدار $c_2 - y_0$ ، کدام است؟

۵۳۰ (۲)

۵۲۰ (۱)

۶۰۵ (۴)

۵۹۵ (۳)

◀ ▶ ⏪ ⏩ 🔍 🔄 🗑️

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$12 - c_2 = 2 \rightarrow c_2 = 10$$

$$y_0 = 480 + 10c_2 + \frac{5}{a_{33}}(15 - c_2) = 480 + 100 + 5(5) = 605$$

$$y_0 - c_2 = 595$$

گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف- مجموعه جواب‌های بهینه هر مدل برنامه‌ریزی خطی محدب است.

ب- هر جواب بهینه مدل برنامه‌ریزی خطی، یک نقطه فرین است.

پ- تعداد نقاط فرین چندوجهی متناظر با فرم استاندارد هر مدل برنامه‌ریزی خطی، با تعداد پایه‌های شدنی برابر است.

۱ (۲)

۰ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

منظور از نقطه فرین، نقطه گوشه است. به بررسی گزاره ها می پردازیم.

گزاره الف) فضای امکان پذیر مدل های برنامه ریزی خطی، محدب است و لذا جواب های آن هم یک مجموعه محدب را تشکیل می دهد. لذا این گزاره درست است.

گزاره ب) جواب بهینه در یک مدل برنامه ریزی خطی می تواند یک خط باشد و لذا این گزاره نادرست است.

گزاره پ) نقطه فرین یا گوشه می تواند امکان پذیر یا امکان ناپذیر باشد و لذا با تعداد پایه های امکان ناپذیر برابر نیست.

یک گزاره درست است و لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۷- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 6x_1 + 8x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 20 \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

مجموع مقادیر بهینه متغیرهای دوگان برای این مدل، کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

متغیر پایه	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	RHS
Z	-6	-8	0	0	0	0
S_1	2	3	1	0	0	15
S_2	3	1	0	1	0	20
S_3	1	1	0	0	1	6
Z	-2/3	0	8/3	0	0	40
X_2	2/3	1	1/3	0	0	5
S_2	7/3	0	-1/3	1	0	15
S_3	1/3	0	-1/3	0	1	1
Z	0	0	2	0	2	42
X_2	0	1	1	0	-2	3
S_2	0	0	2	1	-7	8
X_1	1	0	-1	0	3	3

مجموع متغیرهای همزاد برابر $0+2+2$ و برابر ۴ است. لذا گزینه ۳ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۸ مدل بهینه‌سازی با ساختار زیر را تفکیک پذیر می‌نامند:

$$\min \sum_{i=1}^n f_i(z_i)$$

$$\text{s.t. } Az \leq b$$

که در آن f_1, \dots, f_n توابعی تک متغیره هستند. تحت کدام یک از شرایط، مدل زیر قابل تبدیل به یک مدل تفکیک پذیر است؟

$$\min \quad x + y + \alpha xy + \beta y^2$$

$$\text{s.t. } 2x + 4y \leq 4$$

$$x, y \geq 0$$

$$\beta = 0, \alpha \geq 0 \quad (۲)$$

$$\beta \geq 0, \alpha \geq 0 \quad (۴)$$

$$\beta = 0, \alpha \text{ دلخواه} \quad (۱)$$

$$\alpha \text{ دلخواه}, \beta \text{ دلخواه} \quad (۳)$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

مقدار a باید برابر با صفر و b آزاد باشد که هیچ گزینه ای درست نیست.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- مدل بهینه‌سازی عدد صحیح زیر را در نظر بگیرید که در آن $d = 6a = 2b = 3c$ و $d > 0$ است. این مدل چند جواب بهینه دارد؟

$$\min z = x_1 + 3x_2 + 2x_3$$

$$\text{s.t.} \quad ax_1 + bx_2 + cx_3 \geq d$$

عدد صحیح، $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

۳ (۲)

۷ (۴)

۱ (۱)

۶ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 \geq d \rightarrow \frac{d}{6}x_1 + \frac{d}{2}x_2 + \frac{d}{3}x_3 \geq d \rightarrow x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 6d$$

حالت های ممکن برای جواب ها به صورت زیر است.

$$(6, 0, 0), (4, 0, 1), (3, 1, 0), (2, 0, 2), (1, 1, 1), (0, 2, 0), (0, 0, 3)$$

تعداد جواب ها ۷ عدد است. لذا گزینه ۴ است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۰- در مدل برنامه‌ریزی خطی زیر همه اجزای مدل به فرم استاندارد هستند، به جز وضعیت متغیر کران‌دار x_n . در رابطه با استاندارد کردن این متغیر، کدام گزینه نادرست است (L یک عدد ثابت است)؟

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i ; i = 1, \dots, m \\ & x_j \geq 0 ; j = 1, \dots, n-1 \\ & x_n ? \end{aligned}$$

- (۱) اگر $x_n \geq L$ و $L < 0$ باشد، می‌توان با تغییر متغیر $x'_n = x_n - L$ ، x_n را با $x'_n \geq 0$ جایگزین کرد.
- (۲) اگر $x_n \leq L \leq 0$ باشد، می‌توان با تغییر متغیر $x'_n = L - x_n$ ، x_n را با $x'_n \geq 0$ جایگزین کرد.
- (۳) اگر $x_n \geq L \geq 0$ باشد، می‌توان با تغییر متغیر $x'_n = x_n - L$ ، x_n را با $x'_n \geq 0$ جایگزین کرد.
- (۴) اگر $0 \leq x_n \leq L$ باشد، می‌توان با تغییر متغیر $x'_n = L - x_n$ ، x_n را با $x'_n \geq 0$ جایگزین کرد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه ۱:

$$1) X_n \geq L, L < 0 \rightarrow \underbrace{X_n - L}_{X'_n} \geq L - L = 0 \rightarrow X'_n \geq 0 \rightarrow OK$$

$$2) X_n \leq L \rightarrow -X_n \geq -L \rightarrow \underbrace{L - X_n}_{X'_n} \geq L - L = 0 \rightarrow X'_n \geq 0 \rightarrow OK$$

$$3) X_n \geq L \rightarrow \underbrace{X_n - L}_{X'_n} \geq L - L = 0 \rightarrow X'_n \geq 0 \rightarrow OK$$

$$4) 0 \leq X_n \leq L \rightarrow -L \leq -X_n \leq 0 \rightarrow 0 \leq \underbrace{L - X_n}_{X'_n} \leq L \rightarrow 0 \leq X' \leq L \rightarrow NG$$

لذا گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۱- در صورت یافتن حل اولیه برای مسئله حمل و نقل زیر به روش فوگل (Vogel's method)، اولین متغیری که مقدار می‌گیرد، چه مقداری خواهد داشت؟

				عرضه	
	۳	۷	۶	۴	۵۰
	۲	۴	۳	۲	۲۰
	۴	۳	۸	۵	۳۰
تقاضا	۳۰	۴۰	۲۰	۱۰	

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

کمترین اختلاف بین دو کمترین هزینه مربوط به ستون سوم است. و کمترین هزینه در سومین ستون، برابر ۳ است و لذا کمینه عرضه و تقاضا مقدار می گیرد که برابر ۲۰ است و گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲ تولید محصولی طی ۲ دوره انجام می‌شود. میزان تولید در دوره اول را با x_1 و میزان تولید در دوره دوم را با x_2 نشان می‌دهیم. تغییر نرخ تولید از مرحله اول به مرحله دوم برای کارخانه هزینه‌زاست. در صورت کاهش نرخ تولید، به ازای هر واحد، a تومان هزینه تغییر نرخ به وجود خواهد آمد. همچنین در صورت افزایش نرخ تولید، به ازای هر واحد، b تومان هزینه تغییر نرخ در نظر گرفته خواهد شد. اگر y را معادل هزینه تغییر نرخ تولید تعریف کنیم:

$$y = \begin{cases} a(x_1 - x_2) & x_2 < x_1 \\ b(x_2 - x_1) & x_2 > x_1 \\ 0 & x_2 = x_1 \end{cases}$$

آنگاه برای خطی‌سازی رابطه فوق، حداقل تعداد متغیرهای پیوسته و صفرویک مورد نیاز علاوه بر x_1 ، x_2 و y ، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۰
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۳

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



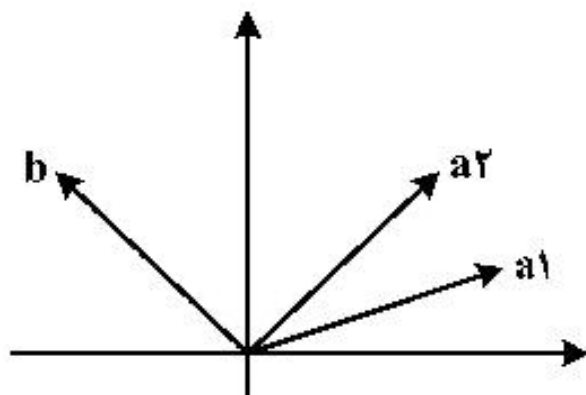
حل:

$$x_1 - x_2 = z \rightarrow y(z) = \begin{cases} az & z > 0 \\ -bz & z < 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$$

تابع فوق به صورت یک تابع قدرمطلق است و نیازی به استفاده از متغیرها برای خطی سازی ندارد لذا گزینه ۱ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- فرض کنید یک مدل برنامه‌ریزی خطی دارای دو محدودیت و دو متغیر تصمیم نامنفی است که در آن محدودیت اول به شکل تساوی است. بردار ضرایب متغیر اول (a_1) ، بردار ضرایب متغیر دوم (a_2) و بردار مقادیر ثابت (b) در محدودیت‌های مدل در شکل زیر نمایش داده شده است. در این صورت:



- (۱) شدنی بودن مدل وابسته به مقادیر بردار b است.
- (۲) اگر محدودیت دوم به شکل \geq باشد، مدل شدنی است.
- (۳) اگر محدودیت دوم به شکل \leq باشد، مدل شدنی است.
- (۴) در هر حالت مدل فاقد جواب شدنی است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

با توجه به این که متغیرهای نامنفی هستند، لذا هیچ ترکیب خطی بردارهای a_1 و a_2 برابر b نمی شود و مسئله فاقد جواب شدنی است و گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۴- مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\min c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

که در آن c یک بردار غیرصفر و A ماتریس $m \times n$ با $m < n$ است. با فرض آنکه x_0 در شرایط $Ax_0 < b$ و

$x_0 > 0$ صدق کند، چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد x_0 صادق است؟

الف- x_0 می‌تواند متناظر با یک جواب اساسی شدنی باشد.

ب- x_0 می‌تواند متناظر با یک حل بهینه باشد.

ج- x_0 می‌تواند متناظر با یک حل تباهیده باشد.

۰ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به بررسی گزاره ها می پردازیم:

گزاره الف) چون محدودیت به صورت کوچکتر برقرار است یعنی جواب x_0 درون ناحیه امکان پذیر است و در مرز ناحیه نیست و لذا نمی تواند جواب اساسی امکان پذیر باشد. لذا این گزینه نادرست است.

گزاره ب) با توجه به این که جواب x_0 در مرز قرار ندارد، لذا یک جواب اساسی نخواهد بود و در نتیجه جواب بهینه هم نخواهد بود. زیرا هر جواب بهینه، باید جواب اساسی هم باشد لذا این گزینه نادرست است.

گزاره ج) تباهیدگی زمانی اتفاق می افتد که حداقل یکی از متغیرهای اساسی صفر باشد. چون جواب x_0 در داخل ناحیه قرار دارد لذا جواب های اساسی که متغیر کمبود محدودیت ها هستند مثبت هستند و امکان جواب تباهیده میسر نیست. لذا این گزاره هم نادرست است.

لذا هیچکدام از گزاره ها درست نیست و گزینه ۴ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- مدل ریاضی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{i=1}^n x_i \\ \text{s.t} \quad & \sum_{i=1}^n c_i x_i \leq d \\ & x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

فرض کنید d طول یک شیفت کاری و c_1, \dots, c_n زمان‌های مورد نیاز برای انجام n کار باشد که باید توسط یک نفر انجام شود (امکان اضافه کاری وجود دارد). در این صورت مدل فوق متناظر با کدام گزینه است؟

(۱) انتخاب کارها یا بیشینه‌سازی مجموع اهمیت کارهای انجام‌شده

(۲) انتخاب کارها با بیشینه‌سازی تعداد کارهای انجام‌شده

(۳) برنامه‌ریزی کارها با کمینه‌سازی تعداد کارهای بعد از شیفت

(۴) برنامه‌ریزی کارها با کمینه‌سازی زمان اضافه کاری

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



در این مسئله به دنبال بیشینه کردن تعداد کارها در یک شیفت هستیم که شرط این که طول مدت کارها از طول شیفت کمتر شود و لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۶- مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از روش شاخه و کران، پس از یک بار شاخه زدن بر روی گره ریشه، بهترین کران بالا و پایین قابل دستیابی به ترتیب کدام است؟

$$\max \quad Z = 5x_1 + 8x_2$$

$$\text{s.t} \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$5x_1 + 9x_2 \leq 45$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ هر دو صحیح}$$

$$(2) \quad 41 \text{ و } 39$$

$$(4) \quad 41/1 \text{ و } 40$$

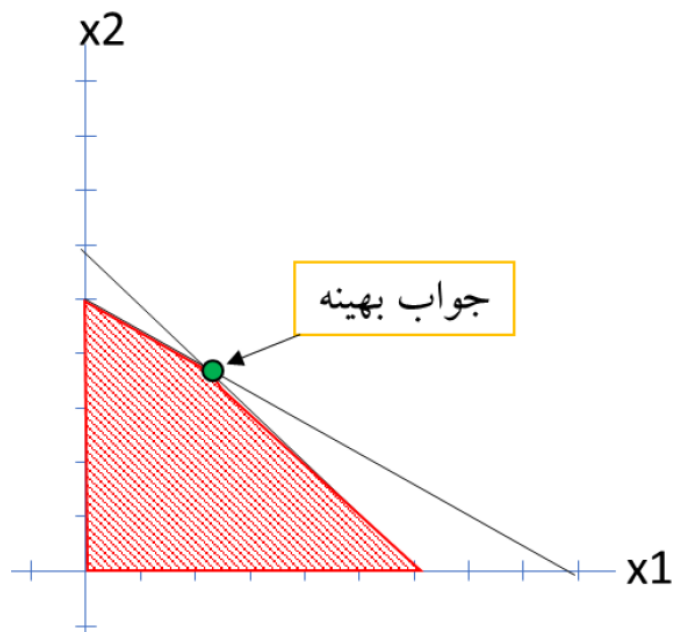
$$(1) \quad 41/1 \text{ و } 39$$

$$(3) \quad 41/25 \text{ و } 40$$

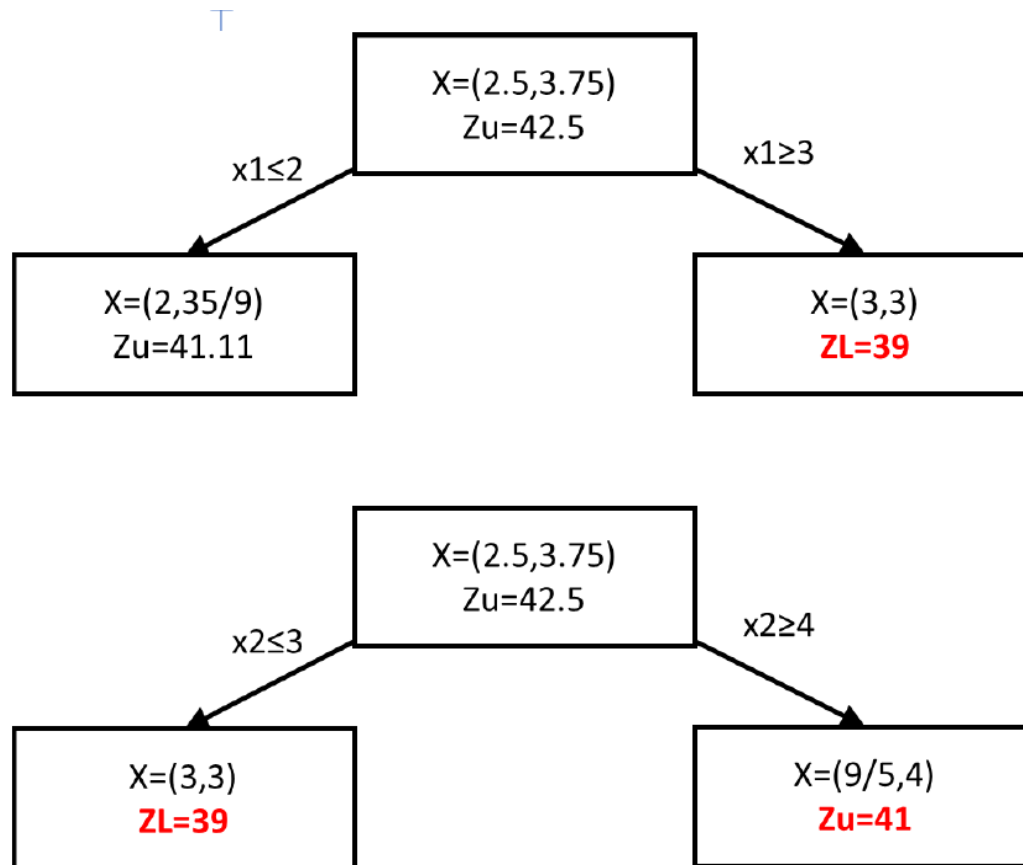
حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به روش ترسیمی مدل پایه را حل می کنیم.



حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۷- فردی می‌خواهد از n شهر بازدید کند. زمان توقف در شهر i ، برابر P_i ، $(P_i > 0)$ و زمان سفر از یک شهر به شهر دیگر ناچیز است و می‌توان آن را صفر لحاظ نمود. فرض کنید t_i متغیری نامنفی باشد که زودترین زمان بازدید شهر i را بیان می‌کند و x_{ij} متغیری صفریک باشد که تقدم و تأخر بازدید از دو شهر i و j را مشخص می‌کند. کدام دسته از محدودیت‌ها در مدل‌سازی ارتباط بین این متغیرها، نادرست است. M ثابتی مثبت به اندازه کافی بزرگ است؟

$$t_j \geq t_i + P_i + M(x_{ij} - 1) \quad 1 \leq i, j \leq n \quad (1)$$

$$t_j \geq t_i + P_i - Mx_{ij} \quad 1 \leq i, j \leq n \quad (2)$$

$$t_j \geq t_i + P_i - M(x_{ij} - 1) \quad 1 \leq i < j \leq n \quad (3)$$

$$t_i \geq t_j + P_j - Mx_{ij} \quad 1 \leq i < j \leq n$$

$$t_j \geq t_i + P_i - Mx_{ij} \quad 1 \leq i < j \leq n \quad (4)$$

$$t_i \geq t_j + P_j - M(1 - x_{ij}) \quad 1 \leq i < j \leq n$$

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

اگر $x_{ij}=1$ باشد به این معنا است که شهر j پس از شهر i بازدید شده است که در این صورت $t_j \geq t_i + p_i$. اگر $x_{ij}=0$ باشد به این معنا است که شهر i پس از شهر j است. که در این صورت $t_i \geq t_j + p_j$. تنها گزینه ای که این شرایط را برقرار می کند، گزینه ۳ است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- فرض کنید از روش صفحات برشی گومری برای حل مدل زیر استفاده شود.

$$\begin{aligned} \max z &= 5x_1 + 6x_2 \\ \text{s.t.} \quad &10x_1 + 3x_2 \leq 52 \\ &2x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ &x_1 \geq 0, \text{ صحیح} \\ &x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

بعد از یک‌بار اضافه کردن برش، مقدار متغیر لقی محدودیت اول چه عددی خواهد بود؟

۲ (۲)

۰ (۱)

۴ (۴)

$\frac{10}{3}$ (۳)

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

متغیر پایه	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	RHS
Z	-5	-6	0	0		
S_1	10	3	1	0		52
S_2	2	3	0	1		18
Z	-1	0	0	2		36
S_1	8	0	1	-1		34
X_2	$2/3$	1	0	$1/3$		6
Z	0	0	$1/8$	$15/8$	0	$36+34/8$
X_1	1	0	$1/8$	$-1/8$	0	$34/8$
X_2	0	1	$-1/12$	$5/12$	0	$19/6$
S_3	0	0	-1	-7	1	-2
S_1	0	0	1	7	-1	2

لذا گزینه ۲ درست است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۹- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = c^T x + b^T y \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq -b, \quad A^T y \leq c \\ & x \leq 0, \quad y \geq 0 \end{aligned}$$

کدام گزینه در مورد این مدل صحیح است؟

- (۱) مقدار بهینه می‌تواند منفی باشد.
- (۲) مقدار بهینه می‌تواند مثبت باشد.
- (۳) مقدار تابع هدف نمی‌تواند بی‌کران باشد.
- (۴) فضای موجه نمی‌تواند بی‌کران باشد.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

اگر مدل های اولیه و همزاد نمی توانند همزمان بیکران باشند لذا گزینه ۳ صحیح است.

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰. تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ و $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ را در نظر بگیرید. در چه شرایطی تابع $f(g(x))$ تابعی محدب روی \mathbb{R}^n است؟
- (۱) محدب و g محدب و صعودی
 - (۲) f نزولی و محدب و g محدب
 - (۳) f صعودی و محدب و g محدب
 - (۴) f خطی و g محدب

حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

برای محدب بودن $f(g(x))$ نیاز است که f صعودی و محدب و g محدب باشد. لذا گزینه ۳ درست است. در ادامه به اثبات این قضیه می‌پردازیم.
چون g محدب است، لذا داریم

$$\underbrace{g(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)}_{h(x^1)} \leq \underbrace{\lambda g(x_1) + (1-\lambda)g(x_2)}_{h(x^2)}$$

چون f صعودی است لذا داریم

$$g(x_1) \leq g(x_2) \rightarrow f(g(x_1)) \leq f(g(x_2))$$

از جایگذاری $h(x)$ در رابطه بالا داریم:

$$h(x^1) \leq h(x^2) \rightarrow f(h(x^1)) \leq f(h(x^2))$$

که رابطه بالا را به می‌توان به صورت زیر گسترش داد:

$$f(g(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)) \leq f(\lambda g(x_1) + (1-\lambda)g(x_2)) \xrightarrow{f \text{ is convex}} \lambda f(g(x_1)) + (1-\lambda)f(g(x_2))$$

با تشکر

راه های ارتباطی با ما

www.behinehyab.com

behinehyab@gmail.com