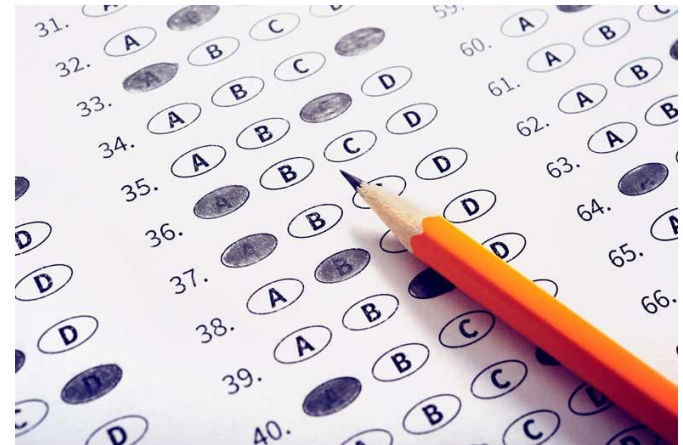
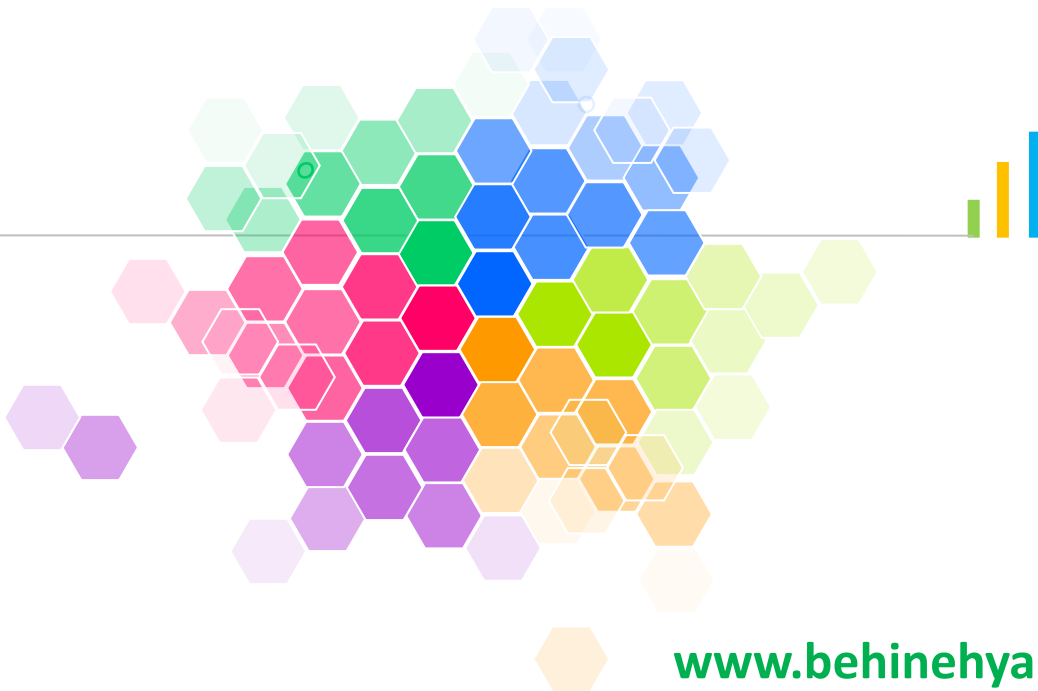


به نام خدا



# کنکور کارشناسی ارشد مهندسی صنایع ۱۳۹۱



# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۱- دو مسئله  $P$  و  $P'$  را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} P: \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P': \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b' \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

اگر مساله  $P$  دارای جواب بهینه متناهی باشد آنگاه مساله  $P'$  .....

- (۱) حتماً نشدنی است.
- (۲) می‌تواند نشدنی باشد.
- (۳) حتماً جواب بهینه متناهی دارد.
- (۴) می‌تواند جواب بهینه نامتناهی داشته باشد.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه 1:

این گزینه اشتباه است زیرا  $b = b'$  باشد و دو مدل یکسان می شود.

گزینه 2:

بله می تواند نشدنی باشد مثلاً مدل زیر:

$$\begin{array}{ll} P : \min x & P' : \min x \\ x = 1 = b & x = -1 = b \\ x \geq 0 & x \geq 0 \end{array}$$

لذا می توان این گزینه درست باشد.

گزینه 3: حتما جواب بهینه متناهی است. مثال نقض برای گزینه 2 استفاده می شود. لذا این گزینه غلط است.

گزینه 4: می توان جواب بهینه نامتناهی داشته باشد. این شرط زمانی رخ می دهد که ضریب تکنولوژی تغییر کند لذا این گزینه غلط است.

لذا گزینه 2 درست است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۲- مسئله LP زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} P: \quad & \min cx \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

با فرض اینکه  $A$  یک ماتریس  $m \times m$  بوده و  $c = b^t$  و  $A = A^t$  باشد کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دوگان مسئله  $P$  حتماً شدنی است.
- (۲) مسئله  $P$  حتماً جواب بهینه متناهی دارد.
- (۳) هر جواب شدنی مسئله  $P$ ، جواب بهینه است.
- (۴) مسئله  $P$  می‌تواند جواب بهینه نامتناهی داشته باشد.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$\begin{array}{lll}
 P : \text{Min } cx & P' : \text{Max } wb & P' : \text{Max } b^T w^T \\
 Ax = b \quad (w) & \rightarrow \quad wA \leq c & \xrightarrow{\text{Transpose}} \quad A^T w^T \leq c^T \\
 x \geq 0 & w \text{ urs} & w \text{ urs}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 & P' : \text{Max } cw^T & P' : \text{Max } cx \\
 \xrightarrow{b=c^T, A^T=A} & Aw^T \leq b & \xrightarrow{w^T=x} Ax \leq b \\
 & w \text{ urs} & x \text{ urs}
 \end{array}$$

حالا به بررسی گزینه ها می پردازیم.

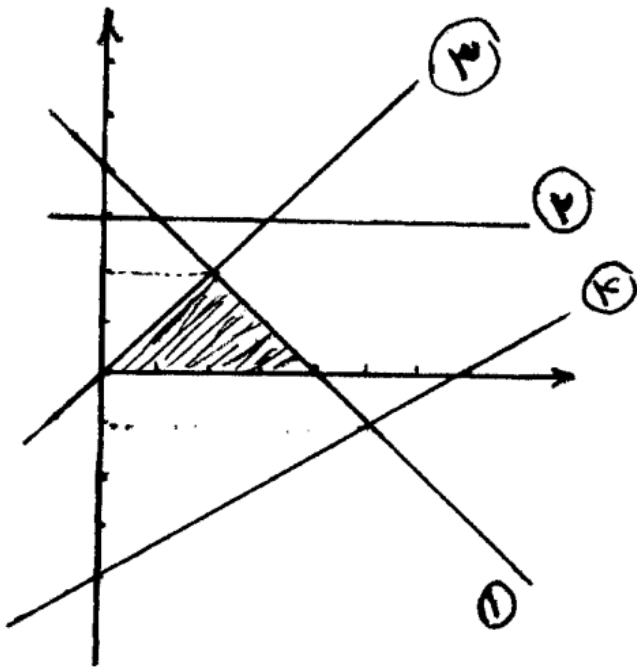
## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- گزینه 1: دو گان مسئله  $P$  حتما شدنی است.  $A$  و  $b$  می تواند به نحوی باشد که مسئله  $P$  بی کران باشد در این صورت مسئله  $D$ ، امکان ناپذیر است و لذا این گزینه غلط است.
- گزینه 2: مسئله  $P$  حتما جواب بهینه متناهی دارد بسته به مقدار  $A$  و  $b$  می تواند جواب مسئله بی کران یا امکان ناپذیر شود لذا این گزینه غلط است.
- گزینه 3: هر جواب شدنی مسئله  $P$ ، برای مسئله  $D$  هم شدنی است لذا آن جواب، جواب بهینه است (قضیه همزادی قوی) لذا این گزینه درست است.
- گزینه 4: مسئله  $P$  می تواند جواب بهینه نامتناهی داشته باشد. اگر این حالت رخ دهد مسئله همزاد ناشدنی است که با توجه به مدل  $D$ ، که مسئله  $P$  زیرمجموعه ای از  $D$  است، این گزینه مسیر نیست. لذا گزینه 3 پاسخ است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۳- فرض کنید یک مسئله LP که شکل آن بصورت زیر است در حال حل با روش سیمپلکس است. اگر از نقطه  $(4, 0)$  بخواهیم به تکرار بعد برویم و متغیر  $x_4$  وارد شونده به پایه باشد. کدامیک از مقادیر زیر جزء مقادیر حاصل از انجام تست نسبت برای تعیین متغیر خارج شونده نمی‌باشد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

حاصل تست نسبت، برابر با مقدار متغیر پایه در تکرار بعدی خواهد بود. در تکرار جاری،  $x_1=4, x_2=0$  و در تکرار بعدی  $x_1=2, x_2=2$  لذا حالت تست نسبت برابر 2 است و عدد 1 نمی تواند یکی از گزینه ها تست نسبت شود. لذا گزینه 1 درست است.



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۴- اگر مسئله غیرخطی زیر را با روش برنامه‌ریزی پویا حل کنیم تا مقدار بهینه متغیرهای تصمیم بدست آید، آنگاه در صورتی که در مرحله دوم این روش مقدار باقیمانده از سمت راست محدودیت برابر  $s_p$  باشد، مقدار بهینه  $x_p$  چقدر است؟

$$\min z = 8x_1^2 + 9x_2^2 + 6x_3^2$$

s.t.

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5000 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{4}{33} s_p \quad (2)$$

$$s_p \quad (4)$$

(۱) صفر

$$\frac{4}{18} s_p \quad (3)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

$$\text{Min } 8x_1^2 + 9x_2^2 + 6x_3^2$$

s.t.

$$5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5000$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$f_2^*(s_2) = \text{Min} \{9x_2^2 + f_3^*(s_3)\} \quad f_3^*(s_3) = \text{Min} \{6x_3^2\}$$

s.t.

→ s.t.

$$\rightarrow x_3^* = \frac{1}{3}s_3, f_3^*(s_3) = \frac{2}{3}s_3^2$$

$$0 \leq x_2 \leq \frac{1}{6}s_2$$

$$x_3 = \frac{1}{3}s_3$$

با جایگذاری در مرحله 2، خواهیم داشت:

$$f^*(s_2) = \text{Min}_{x_2} \left\{ 9x_2^2 + \frac{2}{3} \left( \underbrace{s_2 - 6x_2}_{\text{remain from stage 3 or } s_3} \right)^2 \right\}$$

s.t.

$$0 \leq x_2 \leq \frac{1}{6}s_2$$

$$\frac{df^*(s_2)}{dx_2} = 18x_2 - 8(s_2 - 6x_2) = 0 \rightarrow x_2 = \frac{4}{33}s_2$$

چون  $\frac{4}{33}s_2 \leq \frac{1}{6}s_2$  است، لذا جواب بهینه است و گزینه 2 درست است.

حل:

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۵- کدام گزینه معادل خطی مدل زیر است؟ که در آن  $M$  یک عدد بسیار بزرگ مثبت و  $\forall i: x_i \geq 0$  می باشد.

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= |3x_1 - 2x_2| + 3x_3 \\ (x_1 - 2x_2 \leq 9 \quad \text{یا} \quad 2x_2 + 4x_3 \leq 15) \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & x_1 - 2x_2 \leq 9 + M\delta \quad (2) \\ 2) \quad & 2x_2 + 4x_3 \leq 15 + M(1-\delta) \\ 3) \quad & \delta = 0, 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & x_1 - 2x_2 \leq 9 + M\delta \quad (1) \\ 2) \quad & 2x_2 + 4x_3 \leq 15 + M(1-\delta) \\ 3) \quad & \delta = 0, 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= y + 3x_3 \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & y \leq 3x_1 - 2x_2 + M\delta \\ 2) \quad & y \leq -3x_1 + 2x_2 + M(1-\delta) \\ 3) \quad & x_1 - 2x_2 \leq 9 + M\delta_1 \quad (4) \\ 4) \quad & 2x_2 + 4x_3 \leq 15 + M\delta_2 \\ 5) \quad & \delta_1 + \delta_2 \leq 1 \\ 6) \quad & \delta, \delta_1, \delta_2 = 0, 1, y \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= y + 3x_3 \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & y \geq 3x_1 - 2x_2 \\ 2) \quad & y \geq -3x_1 + 2x_2 \quad (3) \\ 3) \quad & x_1 - 2x_2 \leq 9 + M\delta \\ 4) \quad & 2x_2 + 4x_3 \leq 15 + M(1-\delta) \\ 5) \quad & \delta = 0, 1, y \geq 0 \end{aligned}$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

در نظر می گیریم  $y \geq |3x_1 - 2x_2|$  . با توجه به کمینه بودن مدل، مقدار  $y$  برابر  $|3x_1 - 2x_2|$  می شود. مدل به صورت زیر می شود.

$$\text{Min} Z = y + 3x_3$$

s.t.

$$3x_1 - 2x_2 \leq y$$

$$3x_1 - 2x_2 \geq -y$$

همچنین

$$x_1 - 2x_2 \leq 9 \quad \text{or} \quad 2x_2 + 4x_3 \leq 15 \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 9 + M\delta \\ 2x_2 + 4x_3 \leq 15 + M(1 - \delta) \end{cases}$$

که در نهایت مدل به صورت زیر می شود:

$$\text{Min} Z = y + 3x_3$$

s.t.

$$3x_1 - 2x_2 \leq y$$

$$3x_1 - 2x_2 \geq -y$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 9 + M\delta$$

$$2x_2 + 4x_3 \leq 15 + M(1 - \delta)$$

$$\delta = 0, 1$$

لذا گزینه 3 درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۶- در حل یک مساله برنامه‌ریزی عدد صحیح با روش شاخه و کران (B & B) از روش پسگردی (LIFO) جهت انجام شاخه‌سازی استفاده می‌کنیم. در اینصورت شاخه‌سازی بروی ..... گره‌ایی که در درخت B & B تولید شده اما پیموده ..... است انجام می‌شود. به ترتیب در مکان‌های خالی چه گزینه‌ایی باید نوشته شود؟

(۱) آخرین، شده (۲) آخرین، نشده (۳) اولین، شده (۴) اولین، نشده

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

همیشه شاخه سازی بر روی گره های پیموده نشده است. با توجه به استفاده از روش *LIFO*، از آخرین گره که مورد بررسی قرار نگرفته ، برای شاخه سازی استفاده می شود لذا گزینه 2 درست است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



۳۷- در نقطه بهینه مقدار  $x_1$  کدام است؟

$$\begin{aligned}\text{Min } f(x) &= -6x_1 - 4x_2 + x_1^2 + x_2^2 \\ -x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 + x_2 &\leq 6 \\ x_1 &\leq 5 \\ -x_2 &\leq 0 \\ -x_1 &\leq 1\end{aligned}$$

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

تابع هدف را می توان به صورت زیر نوشت:

$$-6x_1 - 4x_2 + x_1^2 + x_2^2 = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 - 9 - 4$$

حداقل عبارت فوق وقتی است که  $(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2$  برابر صفر شود که در این صورت  $x_1 = 3, x_2 = 2$  و چون در تمامی محدودیت ها صدق می کند لذا  $x_1 = 3$  است که گزینه 2 درست است.



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۸- مسئله برنامه‌ریزی ریاضی زیر مفروض است که در آن  $a$  و  $b$  و  $c$  پارامترهایی مثبت می‌باشند.

$$\begin{aligned} z_1 &= \text{Max } \text{Min}(x_1, x_2) \\ \text{s.t. } ax_1 + bx_2 &= c \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

آنگاه اندازه  $z_1$  چقدر است؟

$$\frac{c}{ab} \quad (1)$$

$$\frac{c}{a+b} \quad (2)$$

$$\frac{c a b}{(a+b)} \quad (3)$$

$$\frac{c(a+b)}{a b} \quad (4)$$

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$X_2 = \frac{c - aX_1}{b} \Rightarrow Z_1 = \text{Max Min} \left( X_1, \frac{c - aX_1}{b} \right) \rightarrow w \leq X_1$$

$$w \leq \frac{c - aX_1}{b}$$

حداکثر مقدار  $w$  زمانی رخ می دهد که  $X_1 = \frac{c - aX_1}{b}$  شود لذا

$$X_1 = \frac{c - aX_1}{b} \rightarrow c - aX_1 = bX_1 \rightarrow X_1 = \frac{c}{a + b},$$

$$\rightarrow X_2 = \frac{c}{b} - \frac{a}{b} \times \frac{c}{a + b} = \frac{c}{b} - \frac{ac}{b(a + b)} = \frac{c(a + b) - ac}{b(a + b)} = \frac{bc}{b(a + b)} = \frac{c}{(a + b)}$$

لذا گزینه 2 درست است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۳۹- مجموعه قابل قبول تعریف شده به وسیله محدودیتهای زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

تعداد نقاط فرین (Extreme Points) این مجموعه چند است؟

- (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



$$x_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ -x_2 + 2x_3 = 17 \end{cases} \rightarrow x_3 = \frac{48}{7}, x_2 = -3.285$$

$$x_2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 2x_3 = 7 \end{cases} \rightarrow -7x_3 = -35, x_3 = 5, x_1 = -1$$

$$x_3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 14 \\ 3x_1 - x_2 = 7 \end{cases} \rightarrow x_1 = 4, x_2 = 5$$

از میان سه جواب پایه بالا، دو تا امکان ناپذیر و یکی امکان پذیر است لذا 1 نقطه گوشه داریم لذا گزینه 2 درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۰- جواب بهینه مساله زیر در هنگام حل مساله بصورت برنامه‌ریزی خطی بصورت  $x_1^* = 4\frac{1}{3}$ ,  $x_2^* = 3\frac{1}{3}$ ,  $x_3^* = 4\frac{1}{3}$  است.  $z^* = 44\frac{1}{3}$  است. اگر ردیف مربوط به متغیر  $x_2$  جهت تولید برش انتخاب شود نامعادله برش مربوطه کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 7x_1 + 10x_2 \\ \text{s.t. } & -x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ & 7x_1 + x_2 + x_4 = 35 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, \text{Int} \end{aligned}$$

$$x_2 \leq 3 \quad (1)$$

$$x_2 \geq 4 \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 \geq 4 \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 7 \quad (4)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

متغیر پایه	Z	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	RHS
Z	1	-7	-10	0	0	0
X <sub>3</sub>	0	-1	3	1	0	6
X <sub>4</sub>	0	7	1	0	1	35
Z	1	-31/3	0	10/3	0	20
X <sub>2</sub>	0	-1/3	1	1/3	0	2
X <sub>4</sub>	0	22/3	0	-1/3	1	33
Z	1	0	0	+	+	66.5
X <sub>2</sub>	0	0	1	7/22	1/22	3.5
X <sub>1</sub>	0	1	0	1/22	3/22	4.5

$$\frac{7}{22}x_3 + \frac{1}{22}x_4 \leq 3.5 \rightarrow \left(\frac{7}{22} - \left[\frac{7}{22}\right]\right)x_3 + \left(\frac{1}{22} - \left[\frac{1}{22}\right]\right)x_4 \geq 3.5 - [3.5]$$

$$\frac{7}{22}x_3 + \frac{1}{22}x_4 \geq 0.5 \rightarrow 7x_3 + x_4 \geq 11 \rightarrow 7(6 + x_1 - 3x_2) + (35 - 7x_1 - x_2) \geq 11$$

$$42 + 7x_1 - 21x_2 + 35 - 7x_1 - x_2 \geq 11 \rightarrow 77 - 22x_2 \geq 11 \rightarrow 7 - 2x_2 \geq 1 \rightarrow x_2 \geq 3$$

لذا گزینه 1 درست است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۱- از روش سمپلکس تجدیدنظر شده در مقایسه با روش سیمپلکس هنگامی استفاده می کنیم که چگالی ماتریس ضرائب ..... و تعداد متغیرها ..... از تعداد محدودیت ها باشند. به ترتیب در محل های خالی از چه کلماتی باید استفاده نمود؟
- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| (۱) بزرگ، بسیار کمتر | (۲) بزرگ، بسیار بیشتر |
| (۳) کوچک، بسیار کمتر | (۴) کوچک، بسیار بیشتر |

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

زمانی از روش سیمپلکس اصلاح شده استفاده می شود که تعداد متغیرها به مراتب بیشتر از تعداد محدودیت ها باشد و تعداد صفرهای ضرایب بالا باشد. لذا گزینه 4 درست است.



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۲- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه آلترناتیو باشند که می‌توانند انجام شوند و یا انجام نشوند و  $y_A$ ،  $y_B$ ،  $y_C$  متغیرهای صفر و یک مربوط به انجام و یا عدم انجام آنها باشد. اگر قرار باشد که اگر  $A$  یا  $B$  انتخاب شود  $C$  حتماً انتخاب نشود، کدام یک از موارد زیر صحیح است.

$$y_A + y_B \leq 1 + y_C \quad (1)$$

$$y_A + y_B \leq 2(1 - y_C) \quad (2)$$

$$y_A - y_B \leq 2(1 + y_C) \quad (3)$$

$$y_A + y_B \leq 2(1 + y_C) \quad (4)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

$$1) \rightarrow y_A = 1, y_B = 0 \Rightarrow y_C = 0$$

$$2) \rightarrow y_A = 0, y_B = 1 \Rightarrow y_C = 0$$

$$3) \rightarrow y_A = 1, y_B = 1 \Rightarrow y_C = 0$$

به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه 1:

$$1) y_A = 1, y_B = 0 \rightarrow y_C = 0 \Rightarrow 1 + 0 \leq 1 + y_C$$

$y_C$  می تواند صفر یا یک باشد پس این گزینه رد می شود.

گزینه 2:

$$1) 1 + 0 \leq 2(1 - 0) \rightarrow OK$$

$$2) 0 + 1 \leq 2(1 - 0) \rightarrow OK$$

$$3) 1 + 1 \leq 2(1 - 0) \rightarrow OK$$

در رابطه 1،  $y_C$  نمی تواند یک باشد که با شرط 1 تطابق دارد. لذا این محدودیت می تواند درست باشد.

گزینه 3:

$$3) 1 - 1 \leq 2(1 + y_C)$$

در رابطه 3،  $y_C$  نمی تواند یک باشد که در گزینه 3 این شرط لزوما برقرار نیست لذا این گزینه رد می شود.

گزینه 4:

$$3) 1 + 1 \leq 2(1 + y_C)$$

در رابطه 3،  $y_C$  نمی تواند یک باشد ولی در گزینه 4 این شرط لزوما برقرار نیست و می تواند هم صفر و یک باشد لذا

این گزینه رد است.

لذا گزینه 2 درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۳- روش عددی قدم به قدم زیر را در نظر بگیرید:

$$x_{k+1} = \frac{2^{x_k} (x_k \ln 2 - 1) + \sin x_k - x_k \cos x_k}{2^{x_k} \ln 2 - \cos x_k}$$

این رابطه حاصل استفاده از کدام روش می‌باشد؟

(۱) نیوتن - رافسون برای حل معادله  $2^x - \sin x = 0$

(۲) نیوتن - رافسون برای می‌نیمم کردن تابع  $f(x) = 2^x - \sin x$

(۳) سریعترین نزول برای می‌نیمم کردن تابع  $f(x) = 2^x - \sin x$

(۴) سریعترین نزول برای می‌نیمم کردن تابع  $f(x) = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \cos x$

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

این معادله برای یافتن نقطه جواب  $f(x) = 0$  برای تابع  $f(x) = 2^x - \sin x$  است. در روش نیوتون رافسون از رابطه زیر استفاده می شود.

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

لذا گزینه 1 درست است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۴- دو مسئله برنامه ریزی ریاضی ۱ ، ۲ را در نظر بگیرید که در آن  $U(x_1, x_2)$  یک تابع غیرخطی است.

$$z_1 = \text{Max } U(x_1, x_2) \\ \text{s.t.}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

(۱)

$$z_1 \leq z_2 \quad (۲)$$

$$\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \geq \frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$z_2 = \text{Max } U(x_1, x_2) \\ \text{s.t.}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

(۲)

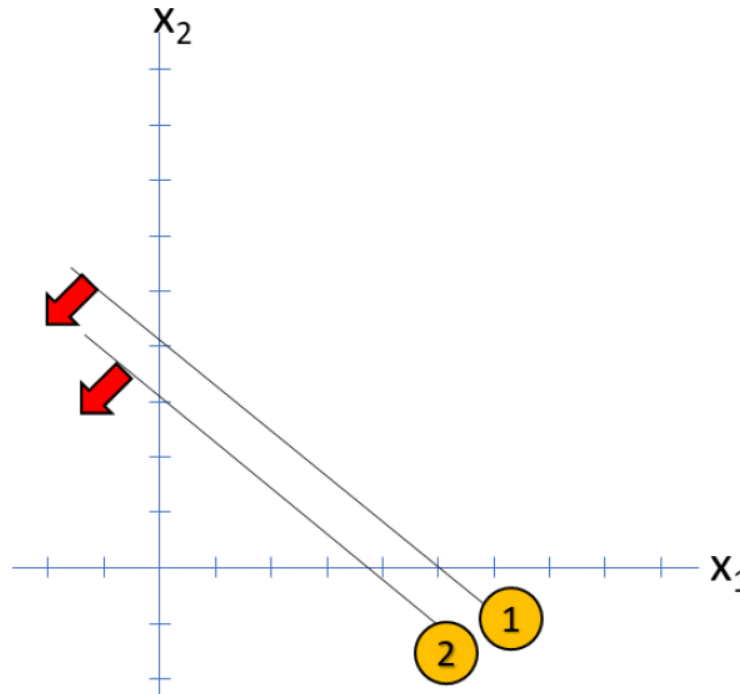
کدام رابطه زیر صحیح است؟

$$z_1 \geq z_2 \quad (۱)$$

$$\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \leq \frac{1}{2} \quad (۳)$$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:



چون فضای امکان پذیر مسئله 1 بزرگتر از مسئله 2 است لذا جواب بهینه مدل 1 بیشتر از جواب بهینه مدل 2 است و لذا گزینه 1 درست است.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۵- در مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم پارامتری

$$\text{Min } \{(c + tq)'x + \frac{1}{2} x' C x \mid A\bar{x} = b + tp\}$$

که در آن  $q$  و  $p$  به ترتیب بردارهای هم بعد با  $c$  و  $b$  است و  $t$  پارامتر مسئله است و  $C$  ماتریس هیشین همیشه مثبت و ماتریس  $A$  از مرتبه  $m$  است حل بهینه به صورت کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) این مسئله حل بهینه بی‌شمار دارد.
- (۲) حل بهینه مسئله و ضرایب آن از سمت پایین نامحدود است.
- (۳) حل بهینه و ضرایب KKT همگی تابع خطی از  $t$  هستند.
- (۴) حل بهینه و ضرایب KKT همگی تابع خطی از هر بردار دلخواه  $d$  است به گونه‌ای که  $d' C d < 0$

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

$$f(x, \lambda) = (c + tq)x' + \frac{1}{2}x'cx + \lambda(b + tp - Ax)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = (c + tq) + c - \lambda A = 0, b + tp = Ax$$

از رابطه فوق می توان به جواب بهینه رسید که به دلیل معین مثبت بودن ماتریس  $c$ ، جواب بهینه بدست می آوریم  
لذا گزینه 3 درست است.



## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۶- فرض کنید که می‌خواهیم یک مسأله برنامه‌ریزی ریاضی با تابع هدف و محدودیتهای جداپذیر روی متغیرها را با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل کنیم. در این صورت:
- (۱) تعداد مراحل مسأله برابر تعداد محدودیتهای آن است.
  - (۲) تعریف متغیرهای حالت ارتباطی به تعداد محدودیتهای مسأله ندارد.
  - (۳) تعداد متغیرهای تصمیم در هر مرحله برابر تعداد محدودیتهای مسأله است.
  - (۴) تعداد متغیرهای حالت در هر مرحله برابر تعداد محدودیتهای مسأله است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

تعداد متغیرها، متغیرهای حالت مسئله می شود و لذا گزینه 4 درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۷- شرکتی قصد دارد سه نوع رنگ سیاه و سفید و قرمز را تولید نماید. هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تولید هر نوع رنگ بستگی به رنگ نوع قبل دارد. چنان چه با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا بخواهیم ترتیب تولید رنگ را مشخص نمائیم در این صورت مرحله و وضعیت به صورت کدام گزینه تعریف می‌شوند؟
- (۱) مرحله هر یک از طرح‌های رنگ و وضعیت تعداد رنگ‌های تولید شده در ابتدای هر مرحله
  - (۲) مرحله هر یک از طرح‌های رنگ و وضعیت تعداد رنگ‌های تولید شده در آخر هر مرحله
  - (۳) مرحله و وضعیت دقیقاً معادل تعداد رنگ‌های تولید شده در ابتدای هر دوره هستند.
  - (۴) مرحله و وضعیت دقیقاً معادل تعداد رنگ‌های تولید شده در انتهای هر دوره هستند.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

مرحله تعداد رنگ ها است و متغیر حالت، تعداد رنگ های تولید شده از مرحله قبلی است. مثلاً اگر در مرحله 3 باشیم از قبل رنگی انتخاب نشده است و هرچه به جلو برویم، تعداد رنگ های باقی مانده کمتر می شود و لذا گزینه 1 درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۴۸- یک مجتمع صنعتی تصمیم دارد بمنظور توسعه فعالیت‌های خود، کارخانه‌ای جدید را تنها در یکی از دو شهر (الف) ( $x_A$ ) یا شهر «ب» ( $x_B$ ) تأسیس نماید. این مجتمع معتقد است در شهری که به این منظور انتخاب می‌شود، می‌توان انبار جدیدی نیز احداث کرد ( $y_A, y_B$ ). برای تأمین شرایط این مجتمع کدام‌یک از مجموعه روابط صفر - یک زیر مناسب می‌باشد؟

$$(1) \quad y_B - x_B \leq 1, \quad y_A - x_A \leq 1, \quad y_A + y_B = 1, \quad x_A + x_B \leq 1$$

$$(2) \quad y_B - x_B = 0, \quad y_A - x_A = 0, \quad y_A + y_B = 1, \quad x_A + x_B = 1$$

$$(3) \quad y_B - x_B \geq 0, \quad y_A - x_A \geq 0, \quad y_A + y_B \leq 1, \quad x_A + x_B \geq 1$$

$$(4) \quad y_B - x_B \leq 0, \quad y_A - x_A \leq 0, \quad y_A + y_B \leq 1, \quad x_A + x_B = 1$$

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:

برای لحاظ کردن حتماً یک کارخانه در  $A$  یا  $B$ ، محدودیت  $x_A + x_B = 1$  را در نظر می‌گیریم. اگر در شهری کارخانه باشد، انبار ساخته می‌شود، محدودیت آن به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} y_A \leq x_A \\ y_B \leq x_B \end{array} \right\} \xrightarrow{+} y_A + y_B \leq x_A + x_B = 1$$

برای رسیدن به محدودیت آخر، محدودیت‌ها را با هم جمع می‌کنیم لذا گزینه 4 درست است.

## حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

- ۴۹- کدام گزینه زیر از اشکالات روش صفحات برش برای حل یک مساله برنامه ریزی تماماً عدد صحیح (IP) محسوب نمی شود؟
- (۱) خطای گرد کردن در محاسبات وجود دارد.
- (۲) روش به سمت جواب بهینه همگرا نمی باشد.
- (۳) روش برای حل مسائل با ابعاد بزرگ کند است.
- (۴) تمام ضرائب و پارامترهای مساله باید عدد صحیح باشند.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد



حل:

تمام روش های برش به جواب بهینه صحیح همگرا می شود لذا گزینه 2 صحیح نیست.



# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

۵۰- مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Max . } z &= x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.t. } & \begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1.5)^2 \leq 6.25 \\ 3x_1 + 4x_2 = 12 \end{cases} \end{aligned}$$

در این صورت مقدار بهینه  $z$  برابر است با:

۹ (۱)

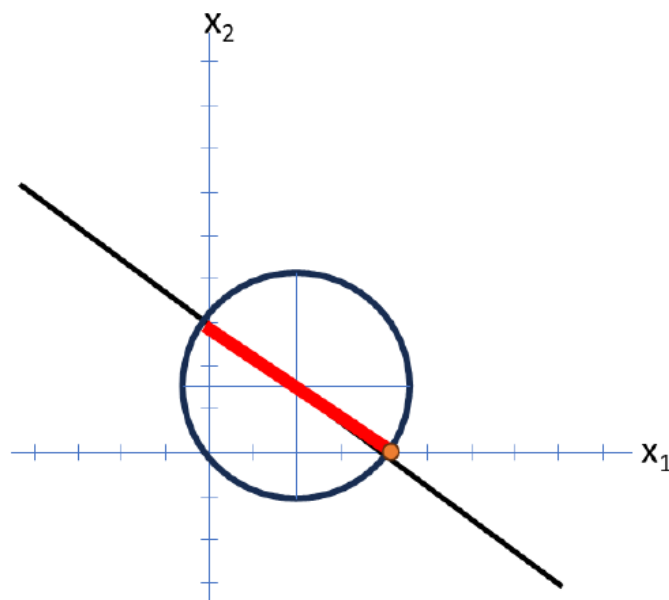
۱۶ (۲)

۲۵ (۳)

(۴) تابع هدف  $z$  روی مجموعه قابل قبول مسأله دارای ماکزیممی نیست.

# حل سوالات کنکور کارشناسی ارشد

حل:



جواب بهینه نقطه  $(4,0)$  است لذا گزینه 2 درست است.

# با تشکر

راه های ارتباطی با ما

[www.behinehyab.com](http://www.behinehyab.com)

[behinehyab@gmail.com](mailto:behinehyab@gmail.com)